

Физика

УДК 621.382.3

Г. С. КАРАЯН, А. А. МАКАРЯН

УСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОРОДНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКА  
 В НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ С  
 ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ  
 СОПРОТИВЛЕНИЕМ

В работе предлагается метод исследования флуктуационной неустойчивости неоднородных полупроводниковых структур с произвольным числом участков отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС) на вольтамперной характеристике (ВАХ) при однородном распределении тока.

Получена система уравнений для возмущений, которая описывает флуктуационную устойчивость как однородной, так и неоднородной ВАХ. Получен критерий устойчивости однородной ВАХ в общем случае. Для конкретной шестислойной структуры найдены критические размеры, определяющие устойчивость однородной ВАХ.

Неоднородным полупроводниковым структурам (НПС), содержащим электронно-дырочные переходы, присущи ВАХ с несколькими участками ОДС [1—5]. Даже в случае однородности образца в перпендикулярном к току направлении (ХОУ) его ВАХ в области ОДС может быть неустойчивой относительно малых флуктуаций [6—8]. Методы расчета работ [6, 7] относятся к случаю с одним участком ОДС и не допускают простого обобщения на более общий случай.

В работах [6—8] в результате исследуются свойства одного уравнения, что неприменимо в многоуровневых системах. Поэтому в настоящей работе сделана попытка развить более общую методику исследования задачи флуктуационной неустойчивости.

Модель рассматриваемой структуры показана на рис. 1.

С целью описания поведения флуктуаций можно пользоваться системой уравнений кинетики и электродинамики. В последних из них, следуя [8], считаем выполненной условие  $\frac{k^2 c^2}{2\pi\omega} \gg 1$  ( $\sigma$ —удельная электр

топроводность, а  $k$  и  $\omega$ —обратные величины характерных длин и времен флуктуаций), в силу которого электрическое поле можно считать безвихревым ( $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ). Также считаем, что квазинейтральные области структуры высоколегированные и их размеры по  $X$  и  $Y$  намного больше, чем по  $Z$ . Тогда компоненты вектора плотности тока  $\mathbf{j}$  могут быть заданы следующими формулами:

$$j_{x,y} = -\sigma \nabla_{x,y} \varphi; \quad j_z = eD \nabla_z p. \quad (1)$$

Здесь  $\varphi$ —потенциальная функция,  $D$ —коэффициент диффузии, а  $p$ —концентрация неосновных носителей тока,  $\nabla_x, y, z$ —соответствующие компоненты оператора дифференцирования «набла»:  $\nabla \equiv \left\{ \frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z} \right\}$ .

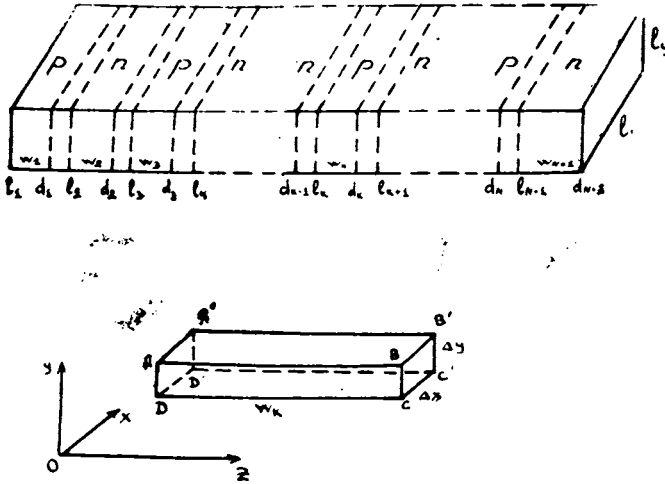


Рис. 1. Модель неоднородной полупроводниковой структуры и элементарная «трубка» в  $k$ -ой базе.

В точке  $(x, y)$   $k$ -ой базы выберем элемент  $ABCD A'B'C'D'$  с сечением  $\Delta x \cdot \Delta y$  (рис. 1) и проинтегрируем уравнение непрерывности по его объему  $\Omega$  (пусть  $S$ —площадь поверхности элемента). Получим

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega = \int_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{J} d\Omega = \oint_S \mathbf{J} ds. \quad (2)$$

Разделим это уравнение на  $\Delta x \Delta y$  и совершим предельный переход при  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$ . Нетрудно видеть, что

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{\oint_S \mathbf{J} ds}{\Delta x \cdot \Delta y} = & \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left\{ \frac{\int_{S_{A'B'C'D'}} j_x(x+\Delta x, y) dy dz}{\Delta x \cdot \Delta y} - \frac{\int_{S_{ABCD}} j_x(x, y) dy dz}{\Delta x \cdot \Delta y} + \right. \\ & + \frac{\int_{S_{AA'B'B}} j_y(x, y+\Delta y) dx dz}{\Delta x \cdot \Delta y} - \frac{\int_{S_{DD'C'C}} j_y(x, y) dx dz}{\Delta x \cdot \Delta y} + \\ & \left. + \frac{\int_{S_{BB'C'C}} j_z(x, y, z) dx dy}{\Delta x \cdot \Delta y} - \frac{\int_{S_{AA'D'D}} j_z(x, y, z) dx dy}{\Delta x \cdot \Delta y} \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Применяя теорему о среднем значении, можем преобразовать эти интегралы. Например,

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{1}{\Delta x \cdot \Delta y} \left[ \int_{S_{A'B'C'D'}} j_x(x+\Delta x, y) dy dz - \int_{S_{ABCD}} j_x(x, y) dy dz \right] = & W_k \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{1}{\Delta x} \times \\ \times [j_x(x+\Delta x, y + \theta_1 \Delta y) - j_x(x, y - \theta_2 \Delta y)] = & W_k \frac{\partial j_x(x, y)}{\partial x}, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\lim_{\Delta x, \Delta y \rightarrow 0} \frac{\int_{S_{AA'D'D}} j_z(x, y, z) dx dy}{\Delta x \cdot \Delta y} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0} j_z(x + \theta_1 \Delta x, y + \theta_2 \Delta y, l_k) = j_z(x, y, l_k).$$

Здесь  $\theta_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) — постоянные из интервала  $(0, 1)$ .  
Учитывая (1), можно написать

$$\lim_{\Delta x, \Delta y \rightarrow 0} \frac{\oint_S J ds}{\Delta x \cdot \Delta y} = -W_k \sigma_k \Delta \varphi_k - j_z(x, y, l_k) + j_z(x, y, d_k), \quad (5)$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ . Правую же часть (2) представим в виде

$$- \lim_{\Delta x, \Delta y \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x \cdot \Delta y} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega = c_{k-1} \frac{\partial V_{k-1}}{\partial t} - c_k \frac{\partial V_k}{\partial t}, \quad (6)$$

где  $C_k$  — емкость единичной площади  $k$ -ого перехода, а  $V_k$  — напряжение на этом переходе (следуя [6], переходы считаем плоскими, а их емкости — постоянными).

Так как напряжение на  $k$ -ом переходе определяется соотношением  $V_k = \varphi_k - \varphi_{k-1}$ , то из (1), (5), (6) следует, что для  $k$ -ой базы структуры ( $k=2, 3, \dots, N$  для  $(N+1)$  слойной структуры) можно написать

$$W_k \sigma_k \sum_{i=1}^{k-1} \Delta V_i - c_{k-1} \frac{\partial V_{k-1}}{\partial t} + c_k \frac{\partial V_k}{\partial t} = P_k, \quad (7)$$

где

$$P_k \equiv j_z(x, y, l_k) - j_z(x, y, d_k) = P_k(V_{k-1}, V_k, V_{k+1}, V_{k+2}) \quad (8)$$

(последнее см. в работе [5]).

Вместе с системой (7) будем рассматривать уравнение внешней цепи, используя условие низкоомности баз:

$$V = \sum_{i=1}^N V_i = \epsilon - R_n \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \left( j_1 + c_1 \frac{\partial V_1}{\partial t} \right) dx dy. \quad (9)$$

Здесь  $\epsilon$  — Э. Д. С. источника питания,  $R_n$  — сопротивление внешней нагрузки, а площадь поперечного сечения  $l_x \cdot l_y$  далее будем считать равной единице. Возмущения представим в виде Фурье-рядов

$$\delta V_i = e^{-\lambda_i t} \sum_{m, n=0}^{\infty} V_{i, mn} e^{j(k_{im} x + k_{in} y)}, \quad (10)$$

где  $V_{i, mn}$  — произвольные постоянные,  $j = \sqrt{-1}$ , а  $k_{i, m, n}$  — волновые векторы возмущений и принимают следующие значения:

$$k_{im} = \frac{2\pi}{l_x} m; \quad k_{in} = \frac{2\pi}{l_y} n; \quad m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (11)$$

Из линейной независимости функций  $e^{-\lambda_i t}$  при разных  $\lambda_i$ , произвольности  $\delta V_i$  и необходимости удовлетворения условия

$$\delta V = \sum_{i=1}^N \delta V_i \quad (12)$$

в любой момент времени  $t$  следует, что  $\lambda_1 = \lambda_k \equiv \lambda$ .

Линеаризуя систему (7) и (9) относительно малых возмущений  $\delta V_i$ , рассмотрим отдельно устойчивость однородного распределения потенциала для следующих случаев:

- а)  $p_1 = p = 0$  (однородные возмущения),
- б)  $m \neq 0; p \neq 0$  (неоднородные возмущения).

Назовем дифференциальным сопротивлением перехода величину  $R_k = \frac{dV_k}{dJ_1}$ , а полной структуры —  $R_g = \sum_{k=1}^N R_k$ .

Пользуясь условием однородности тока в любой базе

$$P_k(V_{k-1}, V_k, V_{k+1}, V_{k+2}) = 0, \quad (13)$$

$$k = 2, 3, \dots, N,$$

и исключая  $V_N$ , применив (9), получим следующие тождества:

$$\frac{dP_k}{dV_1} = \sum_i \frac{\partial P_k}{\partial V_i} \cdot \frac{dV_i}{dV_1} + \frac{\partial P_k}{\partial V} \cdot \frac{dV}{dV_1} = 0; \quad (14)$$

$$\sum_i \frac{\partial P_k}{\partial V_i} \frac{\partial V_i}{\partial V_1} = - \frac{\partial P_k}{\partial V} \frac{dV}{dV_1} = - A_k \frac{dJ_1}{dV_1} R_g. \quad (15)$$

Индекс «0» показывает, что значение данной величины соответствует однородному распределению потенциала.

#### а. Устойчивость в случае однородных возмущений

Для этого случая

$$\delta V = -R_n \left( \frac{dJ_1}{dV_1} - \lambda c_1 \right) \delta V_1 \neq 0, \quad (16)$$

что означает, что флуктуации изменяют напряжение и ток во внешней цепи. Так как число уравнений в нашей однородной системе (7), (9) и число неизвестных равны, то

$$\lambda c_{k-1} \delta V_{k-1} - \lambda c_k \delta V_k - \lambda c_N \delta_{k,N} \left[ -R_n \left( \frac{dJ_1}{dV_1} - \lambda c_1 \right) \delta V_1 - \sum_{i=1}^N \delta V_i \right] =$$

$$= \sum_i \frac{\partial P_k}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dV_1} \delta V_1 - \frac{\partial P_k}{\partial V} \left( \delta_{k,N} + \delta_{k,N-1} \right) R_n \left( \frac{dJ_1}{dV_1} - \lambda c_1 \right) \delta V_1, \quad (17)$$

$$k = 2, 3, \dots, N,$$

где  $\delta_{k,n}$  — символ Кронекера. Из условия существования нетривиального решения этой системы получаем уравнение для  $\lambda$  (здесь учтено, что  $A_2 = A_3 = \dots = A_{N-2} \equiv 0$ ):

$$\alpha \lambda^2 - \beta \lambda + \gamma = 0, \quad (18)$$

где

$$\alpha \equiv c_1 c_N R_n,$$

$$\beta \equiv c_1 c_N \left\{ \sum_{i=1}^N \frac{1}{c_i} + \frac{R_n}{c_1} \frac{dJ_1}{dV_1} + \frac{|A_N| R_n}{c_N} + \frac{c_N + c_{N-1}}{c_N} A_{N-1} |R_n| \right\},$$

$$\gamma = \left\{ \frac{C_N + C_{N-1}}{C_{N-1}} |A_{N-1}| + |A_N| \right\} \frac{dJ_1}{dV_1} (R_g + R_n).$$

Из уравнения (18) видно, что  $\lambda > 0$  (т. е. флуктуации затухают) при

$$R_g + R_n > 0. \quad (19)$$

Это означает, что энергия флуктуации диссипируется в основном во внешней цепи и не достаточна для переброса системы в другое состояние.

### б. Устойчивость в случае неоднородных возмущений

В случае неоднородных возмущений, когда они являются функциями от координат  $(x, y)$ , напряжение на образце (следовательно, и ток во внешней цепи) может не меняться. Тогда система (7) для возмущений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} W_k \sigma_k \sum_{i=1}^{k-1} \Delta \delta V_i + \lambda C_{k-1} \delta V_{k-1} - \lambda C_k \delta V_k + \lambda C_N \delta_{k,N} \sum_{i=1}^N \delta V_i = \\ = - \frac{dJ_1}{dV_1} R_g (A_{N-1} \delta_{k,N-1} + A_N \delta_{k,N}) \delta V_1, \end{aligned} \quad (20)$$

$k=2, 3, \dots, N.$

Подставляя значения  $\delta V_1$ , осуществляя действие оператора Лапласа и учитывая условие нетривиальности решения однородной системы, получим

$$\det(A_k^z) = 0, \quad (21)$$

где  $A_k^z$ -ой обозначена квадратичная матрица

$$A_k^z = \begin{vmatrix} -W_2 \sigma_2 k_1^2 + \lambda C_1; & -\lambda C_2; & 0; & \dots & \dots; & 0 \\ -W_3 \sigma_3 k_1^2; & -W_3 \sigma_3 k_2^2 + \lambda C_2; & -\lambda C_3; & \dots & \dots; & 0 \\ -W_4 \sigma_4 k_1^2; & -W_4 \sigma_4 k_2^2; & -W_4 \sigma_4 k_3^2 + \lambda C_3; & \dots & \dots; & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -W_{N-1} \sigma_{N-1} k_1^2 + R_g \frac{dJ_1}{dV_1} A_{N-1}; & -W_{N-1} \sigma_{N-1} k_2^2; & -W_{N-1} \sigma_{N-1} k_3^2; & \dots & \dots; & \\ & & & & & -\lambda C_{N-1} \\ -W_N \sigma_N k_1^2 + \lambda C_N + R_g \frac{dJ_1}{dV_1} A_N; & -W_N \sigma_N k_2^2 + \lambda C_N; & -W_N \sigma_N k_3^2 + \lambda C_N; & \dots & \dots; & \\ & & & & & -W_N \sigma_N k_{N-1}^2 + \lambda (C_N + C_{N-1}) \end{vmatrix} \quad (22)$$

Приведа  $A_k^z$  к диагональному виду с помощью формулы

$$a_k^z(n) = a_k^z(n-1) - \frac{a_k^{z-1}(n-1) \cdot a_{k-1}^{z-1}(n-1)}{a_{k-1}^{z-1}(n-1)} (1 - \delta_{k,n}), \quad (*)$$

где  $a_k^z(n)$  — преобразованные элементы матрицы (22) после  $n$ -ого шага, из условия (21) получим

$$\prod_{k=1}^{n-1} a_k^k (k-1) = \prod_{i=1}^{n-1} f_i(\lambda) \equiv 0, \quad \text{т. е.} \quad f_i(\lambda) = 0. \quad (23)$$

$f_i(\lambda)$  являются многочленами  $i$ -ой степени от  $\lambda$ :

$$f_i(\lambda) = \sum_{j=0}^i a_j (W_1, \dots, W_{i+1}, \sigma_1, \dots, \sigma_{i+1}, k_j^2) \lambda^j. \quad (24)$$

Графически исследуя поведения функций  $f_i(\lambda)$ , приходим к выводу, что корни многочленов положительны  $\lambda_n > 0$ , если знаки коэффициентов в (24) таковы, что  $f_i(\lambda)$  принимает следующий вид:

$$f_i(\lambda) = (-1)^i \sum_{j=0}^i (-1)^j |a_j| \lambda^j. \quad (25)$$

Из (22) и (\*) следует, что условие (25) всегда удовлетворяется, т. е. флуктуации затухающие, если только

$$R_g > 0. \quad (26)$$

При  $R_g < 0$  может нарушиться условие (25) и могут существовать отрицательные корни многочленов. Но, с другой стороны, можно выбрать такие размеры для структуры, чтобы устойчивость сохранилась. Это возможно благодаря зависимости (11) волнового вектора флуктуаций от размеров структуры. Учитывая, что  $\min(k^2) = \frac{4\pi^2}{l_z^2}$ , из условий  $(-1)^j a_j \geq 0$ , например, для шестислойной структуры нетрудно получить следующие критические размеры:

$$l_{kp_1} = \frac{4\pi^2 \psi_1}{[|A_4| R_g]_{\max}}, \quad l_{kp_2} = \frac{4\pi^2 \psi_2}{[|A_4| R_g]_{\max}},$$

$$l_{kp_3} = \frac{4\pi^2 \psi_3}{[|c_5| A_5 + (c_4 + c_5) |A_4|] R_g]_{\max}}. \quad (27)$$

Здесь

$$\psi_1 = \sum_{i=1}^4 W_i \sigma_i + \frac{c_1}{c_2} \sum_{i=3}^4 W_i \sigma_i + \frac{c_1}{c_2} W_4 \sigma_4,$$

а  $\psi_2$  и  $\psi_3$  определяются аналогичными, но более громоздкими выражениями, и их не приводим.

Для того чтобы обеспечить устойчивость, надо выбрать

$$l < \min\{l_{kp_1}; l_{kp_2}; l_{kp_3}\}. \quad (28)$$

Формулы (27) и (28) получены для двумерного случая, т. е. считалось, что размер образцов по  $y$   $l_y$  мал по сравнению всех остальных характерных длин и однородность возникает по  $Ox$ .

На рис. 2 приведена качественная ВАХ шестислойной структуры. В точке А из-за неустойчивости однородной ВАХ (в случае неоднородных возмущений) образуется узкий одиночный «шнур» тока, который расширяется в интервале А'А''. На обратном ходу однородное распределение тока устойчиво до точки В, где образуется широкий сужающийся «шнур», который в дальнейшем разрушается в интервале В'В''. В ин-

тервале  $A''B$  существуют два устойчивых состояния—с однородным распределением тока ( $A''KB$ ) и с одним широким «шнуром». Аналогичная картина и гистерезисы получаются и на втором участке ОДС ( $CC'C''$  и  $DD'D''$ ).

Такое видоизменение однородной ВАХ с двумя участками ОДС на п-р-п-р-п структуре экспериментально обнаружено (с участием Джереджяна А. А. и Манукяна А. Г.), что качественно обосновывает наличие гистерезисов  $AA'B'B''$  и  $CC'D'D''$ , а верхние гистерезисы не наблюдаются из-за лавинного характера токопрохождения после срыва напряжения.

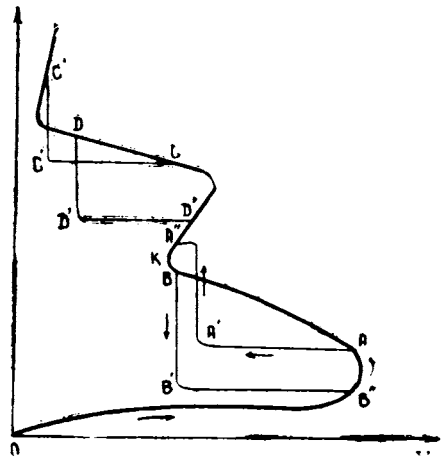


Рис. 2. Качественная вольт-амперная характеристика шестислойной структуры при однородном распределении (жирная кривая) и при «шнуровании» тока.

### Основные выводы

Впервые разработана методика исследования на устойчивость однородного распределения тока в НПС со многими участками ОДС.

Получен критерий устойчивости однородной ВАХ относительно однородных возмущений

$$R_g + R_n > 0.$$

Получен критерий устойчивости относительно неоднородных возмущений

$$R_g > 0$$

и в случае конкретной структуры найден критический размер  $l_{кр}$ , при котором все неоднородные возмущения со временем затухают.

Кафедра ФТТ

Поступила 27.01.1984

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ebers J. J., Moll J. L. Signal behavior of junction transistors.— Proc. JRE, 1954, v. 42, № 12, p. 1761.
2. Авакянц Г. М., Караян Г. С., Джереджян А. А. Статическая вольт-амперная характеристика многослойных структур.— Изв. АН Арм. ССР, Физика, 1974, т. 9, № 6, с. 498.
3. Джереджян А. А. Теоретическое исследование протекания тока через многослойные электронно-дырочные структуры.—Канд. диссертация. Ереван: 1980.
4. Караян Г. С. Теоретическое исследование электрофизических свойств полупроводниковых структур в статическом режиме.—Канд. диссертация. Ереван: 1975.
5. Караян Г. С. Электрофизические свойства полупроводниковых многослойных структур. Полупроводниковые гетероструктуры и фотопреобразователи солнечной энергии Ереван: Изд-во Арм. ССР, 1982, с. 39.
6. Варламов И. В., Осипов В. В. Шнурование тока в многослойных структурах.—ФТП, 1969, т. 3, № 4, с. 950.

7. Басс Ф. Т., Бочков В. С., Гуревич Ю. Т. Влияние размеров образца на вид вольт-амперной характеристики в средах с неоднородной зависимостью электронной температуры от поля.—ЖЭТФ, 1970, т. 58, № 4, с. 1814.
8. Волков А. Ф., Коган Ш. М. Физические явления в полупроводниках с отрицательным дифференциальным сопротивлением.—УФН, 1968, т. 96, с. 633.

## Հ. Ս. ՂԱՐԱՅԱՆ, Ա. Հ. ՄԱԿԱՐՅԱՆ

### ՀՈՍԱՆՔԻ ՀԱՄԱՍԵՌԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ԲԱՑԱՍԱԿԱՆ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԿ ԴԻՄԱԴՐՈՒԹՅԱՄԲ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒՄ

#### Ա մ փ ո փ ու մ

Աշխատանքում առաջարկվում է ֆլուկտուացիոն անկայունության ուսումնասիրման մեթոդ անհամասեռ կիսահաղորդիչների համար, որոնք ունեն կամայական թվով բացասական դիֆերենցիալ դիմադրության (ԲԴԴ) տիրույթներ վոլտամպերային բնութագրի (ՎԱԲ) վրա հոսանքի համասեռ բաշխման դեպքում:

Գրգռումների նկատմամբ ստացվել է հավասարումների համակարգ, որը նկարագրում է ինչպես համասեռ, այնպես էլ անհամասեռ ՎԱԲ-երի ֆլուկտուացիոն կայունությունը: Ստացված է համասեռ ՎԱԲ-ի կայունության պայմանը ընդհանուր դեպքի համար: Կոնկրետ վեցաշերտ ստրուկտուրայի համար գտնված են համասեռ ՎԱԲ-ի կայունությունը որոշող կրիտիկական շափսերը: