

Физика

УДК 621.382.3+539.377

М. В. МИНАСЯН

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПЕРЕГРЕВА И ОСЕВОГО  
ТЕПЛОВОГО РАСШИРЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКА  
ПОД ТОЧЕЧНЫМ КОНТАКТОМ

В рамках несопряженной теории термоупругости в квазистатическом приближении рассматривается динамическое тепловое расширение полупроводника под точечным контактом с получением простых выражений для перегрева и осевого смещения поверхности под точечным контактом при практически произвольной зависимости тока от времени.

В полупроводниковой электронике часты случаи, когда электрический ток проходит в кристалл через контакты малой площади. В настоящей статье предлагаются компактные выражения для перегрева  $T - T_0$  в кристалле и осевого смещения  $w$  поверхности под «точечным» контактом радиуса  $a$ , когда приконтактным объемным электрическим сопротивлением полупроводника нельзя пренебречь и соответствующее объемное тепловыделение при прохождении тока ощутимо. Результаты могут быть использованы для сопоставления со стрикционными эффектами в полупроводнике, способными, как ожидается, также привести к смещению поверхности под полевым электродом [1—3]. Известный практический интерес представляет и анализ локальных перегревов, позволяющий, в частности, определить предельно допустимые эксплуатационные нормы для точечных приборов в режиме преобразования переменных сигналов.

Определение термических деформаций и перемещений в случае изменяющихся со временем температурных полей является в сущности динамической задачей, к которой, однако, при не очень быстрых изменениях температуры применим квазистатический подход\*, пренебрегающий появляющимися в среде ускорениями. Термоупругий потенциал, через который выражаются перемещения, для квазистатического случая определяется уравнением Пуассона  $\Delta\phi = (1 + \mu)/[(1 - \mu)\alpha T]$ , (1) где  $\mu$  — коэффициент Пуассона,  $\alpha$  — коэффициент линейного теплового расширения,  $T$  — температура.

Распределение температуры существенно зависит от распределения интенсивности поверхностных (на контактном круге) и объемных тепловых источников в кристалле. Однако, предполагая плавность про-

\* Следуя [4], можно подсчитать, что для кремния и германия, например, быстрыми могут считаться нагревы, обеспечивающие интересующие нас изменения температуры  $\sim 1^\circ$  за время, менее  $10^{-11}$  с.

странственного распределения этой интенсивности, а также осевую (относительно  $z$ ) симметрию, мы проведем решение для распределения типа гауссового. Получаемое при такой аппроксимации решение, благодаря варьируемому параметру (постоянная времени  $\tau_0$ ), обладает определенной общностью, а задача распределенного источника тепла сводится к задаче единственного точечного источника на поверхности полупространства  $z \geq 0$ .

При нулевой начальной температуре и теплоизолированной поверхности распределение температуры в полупространстве в момент  $t_1 > 0$  в результате действия при  $t_1 = 0$  на поверхности  $z = 0$  мгновенного точечного источника мощностью  $M$  является решением уравнения

$$\partial T / \partial t_1 = \chi \Delta T \quad (2)$$

и с точностью до множителя определяется функцией Грина. Обозначив через  $\chi$  температуропроводность полуограниченного изотропного однородного тела (каким рассматриваем полупроводник), а также полагая  $R^2 = r^2 + z^2$  и  $z \geq 0$ , для момента  $t_1 = \tau_0$  будем иметь

$$T(r, z, \tau_0) = \frac{M}{4(\pi \chi \tau_0)^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4\chi\tau_0}\right). \quad (3)$$

Температуру  $T(r, z, \tau_0)$  формально можно считать результатом мгновенного тепловыделения  $T(r, z, \tau_0) \gamma c dv$  в элементе объема  $dv$  с координатами  $r, z$  ( $\gamma$ —плотность,  $c$ —удельная теплоемкость), связанного с мгновенным значением тока  $I(t)$  в момент  $t_1 = \tau_0$  ( $t = 0$ ). Обозначив через  $W(t)$  мгновенное значение электрической мощности, рассеиваемой на контакте и в объеме, потребуем, чтобы при этом соблюдалось

$$dQ = W dt = \gamma c \cdot dM. \quad (4)$$

Вытекающее из (3) локальное теплосодержание монотонно растет с устремлением  $R$  к нулю, что типично и для приложений. Таким образом, имеются предпосылки для аппроксимации посредством (3) реальной мгновенной (в момент  $t = 0$ ) тепловой картины в кристалле. О качестве такой аппроксимации можно судить по относительному теплосодержанию внутри охватывающих контакт полусфер радиусами  $R \gg a$  с центром в начале координат. С учетом (3) и (4) для некоторого  $R$  получаем

$$Q(R, \tau_0) = \int_0^R \frac{M \gamma c}{4(\pi \chi \tau_0)^{3/2}} \exp\left(-\frac{R_1^2}{4\chi\tau_0}\right) \cdot 2\pi R_1^2 dR_1 = M \gamma c \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{R}{2\sqrt{\chi\tau_0}}\right) - \frac{R}{\sqrt{\pi \chi \tau_0}} e^{-\frac{R^2}{4\chi\tau_0}} \right].$$

Откуда относительное теплосодержание  $Q(R, \tau_0)/(M \gamma c) = \eta [R/(2\sqrt{\chi\tau_0})]$  при  $x = R(4\chi\tau_0)^{-1/2}$  принимает вид

$$\eta(x) = \operatorname{erf}(x) - x \cdot \partial_x \operatorname{erf}(x). \quad (5)$$

График этой функции, построенный по табулированным значениям интеграла ошибок Гаусса и его производной, показан на рис. 1. Выбором  $\tau_0$  можно максимально приблизить аппроксимирующее теплосодер-

жание к реальному, для конкретного примера представленному точками.

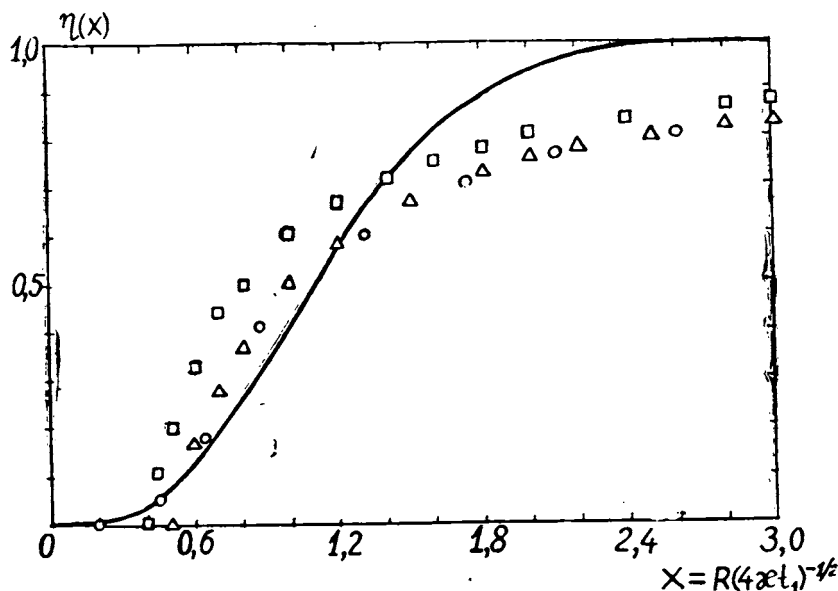


Рис. 1. График аппроксимирующего теплосодержания  $\eta(x)$ . Точки соответствуют расчетным значениям  $W(x)/W$  в отсутствие потенциальных барьеров на контактах, причем  $\circ$  — плоской круговой конфигурации контакта, а  $\Delta$  и  $\square$  — различным приближениям  $\tau_0$  для полусферического контакта.

Возвращаясь к фундаментальному решению (3), поищем для произвольного  $t_1$  функцию Грина  $w(r,0,t_1)$  осевого перемещения поверхности полуограниченного тела с нулевой начальной температурой. Интегрирование (1) с учетом (2—3) и того, что при  $t_1 \rightarrow \infty$  перемещения и напряжения должны возвращаться к нулевым значениям, приводит к выражению

$$\Phi = -\frac{K_1}{GR} \operatorname{erf}\left(\frac{R}{2\sqrt{\pi t_1}}\right), \text{ при } K_1 = \frac{MG\alpha}{2\pi} \frac{1+\mu}{1-\mu} \quad [4].$$

Здесь модуль сдвига  $G$  связан с модулем Юнга  $E$  соотношением  $E = 2G \cdot (1+\mu)$ . Осевое (в направлении  $zz$ ) смещение первоначально определяется как производная  $\Phi$  по  $z$ :

$$w_1 = \frac{K_1 z}{GR^2} \left[ \frac{1}{R} \operatorname{erf}\left(\frac{R}{2\sqrt{\pi t_1}}\right) - \frac{1}{\sqrt{\pi x t_1}} \exp\left(-\frac{R^2}{4x t_1}\right) \right].$$

Напряжения  $\sigma_{ik}$  для квазистатического случая определяются как

$$\sigma_{ik} = 2G(\partial_i \partial_k \Phi - \Delta \Phi \delta_{ik}) \quad (i, k = r, z, \varphi).$$

Для полуограниченного тела со свободной поверхностью  $z=0$  напряжения  $\sigma_{rz}$  и  $\sigma_{zz}$  на ней, а также все напряжения при  $R \rightarrow \infty$  должны обращаться в нуль. Анализ показывает, что не выполняется лишь условие  $\sigma_{zz}|_{z=0} = 0$ , для удовлетворения которого необходимо добавить второе поле напряжений и перемещений, независящее от температуры.

Такое поле в осесимметричном случае ищется при помощи функции напряжений Лява  $L$ , с соблюдением бигармоничности  $L:\Delta\Delta L=0$ . Взяв в качестве такой функции интеграл Ганкеля [4, 5]

$$\int_0^{\infty} (A+\lambda zB)J_0(\lambda r)e^{-\lambda z}d\lambda,$$

получаем для дополнительного осевого перемещения, обеспечивающего выполнение  $[\sigma_{zz}^{(1)}+\sigma_{zz}^{(2)}]_{z=0}=0$ ,

$$w_2(r, z, t_1) = -\frac{M\alpha}{2\pi} \frac{1+\mu}{1-\mu} \int_0^{\infty} \operatorname{erfc}(\lambda\sqrt{x t_1}) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} (2-2\mu+\lambda z) \lambda d\lambda.$$

Однако  $\lim_{z \rightarrow 0} w_1 = 0$ , и в дальнейшем, говоря об осевом смещении точек поверхности  $z=0$  при мгновенном точечном источнике, приводящем к (3), будем подразумевать

$$w_2(r, 0, t_1) = \lim_{z \rightarrow 0} w(r, z, t_1) = -\frac{M\alpha}{\pi} (1+\mu) \int_0^{\infty} \operatorname{erfc}(\lambda\sqrt{x t_1}) J_0(\lambda r) \lambda d\lambda. \quad (6)$$

Здесь и выше предельные переходы выполнены при равномерной сходимости интегралов.

Таким образом, установлено однозначное ввиду линейности уравнений соответствие между действием пространственно распределенных мгновенных источников тепла при  $t=0$  и осевыми смещениями  $w_2(r, 0, t_1)$  поверхности кристалла при  $t_1=t+\tau_0$  для любого  $t \geq 0$ .

Для случая непрерывно действующих тепловых источников  $A(r, z, t)$ , удовлетворяющих начально принятому относительному распределению интенсивностей, интересующее нас осевое смещение может быть определено с помощью интеграла, содержащего функцию Грина,

$$\bar{w} = \int_0^t W(\tau) \bar{w}_2(r, 0, t_1 - \tau) d\tau, \quad (7)$$

где  $W(t)$  — суммарная мощность источников  $A(r, z, t)$ , удовлетворяющая соотношению  $dQ = \gamma c \cdot dM = W dt$ , а  $t_1 = t + \tau_0$ ;  $M(t_1)$  есть мощность действующего в начале координат эквивалентного точечного теплового источника — произвольная функция времени.  $\bar{w}_2$  соответствует мгновенному точечному источнику  $M = (\gamma c)^{-1}$ , так что при этом  $Q = \gamma c M = 1$  (соответствующей системы). Имея в виду (6), из (7) получаем

$$\bar{w}(r, 0, t) = -\frac{1+\mu}{\pi} \frac{\alpha}{\gamma c} \int_0^t W(\tau) \int_0^{\infty} \operatorname{erfc}[\lambda\sqrt{x(t+\tau_0-\tau)}] J_0(\lambda r) \lambda d\lambda d\tau,$$

а также

$$\bar{w}(0, 0, t) = -\frac{1+\mu}{\pi} \frac{\alpha}{\gamma c} \int_0^t W(\tau) \int_0^{\infty} \operatorname{erfc}[\lambda\sqrt{x(t+\tau_0-\tau)}] \lambda d\lambda \cdot d\tau, \quad (8)$$

где мы ограничиваемся выявлением осевого смещения в начале координат. Интеграл

$$\int_0^{\infty} \operatorname{erfc}[\lambda \sqrt{x(t+\tau_0-\tau)}] \lambda d\lambda = \int_0^{\infty} \operatorname{erfc}(y) y^{s-1} dy \equiv g(s)$$

можно рассматривать как преобразование Меллина функции  $\operatorname{erfc}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^{\infty} e^{-u^2} du$ , если положить  $y = \lambda \sqrt{x(t+\tau_0-\tau)}$ ,  $s=2$ . При  $\operatorname{Re}s > 0$  для функции  $g(s)$  имеет место [6]  $g(s) = \pi^{-1/2} s^{-1} \Gamma(s/2 + 1/2)$ , в силу чего из (8) окончательно получаем

$$\begin{aligned} \bar{w}(0, 0, t) &= -\frac{1+\mu}{\pi} \frac{\alpha}{\chi c} \int_0^t W(\tau) \frac{d\tau}{x(t+\tau_0-\tau)} \cdot \frac{\Gamma(3/2)}{2\sqrt{\pi}} = \\ &= -\frac{1+\mu}{4\pi} \frac{\alpha}{\chi c} \int_0^t W(\tau) \frac{d\tau}{t+\tau_0-\tau}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $K = \chi c$  представляет коэффициент теплопроводности

В качестве примера рассмотрим случай  $W(t)$ , представляющий одиночный прямоугольный импульс мощности с амплитудой  $W$  и длительностью  $t_u$ . На основании (9) придем к выражениям

$$\begin{aligned} \bar{w}(0, 0, t) &= \begin{cases} \frac{1+\mu}{4\pi} \frac{\alpha}{K} W \ln \left( 1 + \frac{t}{\tau_0} \right), & 0 \leq t \leq t_u, \\ \frac{1+\mu}{4\pi} \frac{\alpha}{K} W \ln \left( 1 - \frac{t_u}{t+\tau_0} \right), & t \geq t_u > 0; \end{cases} \\ v(0, 0, t) = \partial_t \bar{w}(0, 0, t) &= \begin{cases} -\frac{1+\mu}{4\pi} \frac{\alpha}{K} W \frac{1}{\tau_0+t}, & 0 < t \leq t_u, \\ \frac{1+\mu}{4\pi} \frac{\alpha}{K} W \frac{t_u}{(\tau_0+t)(\tau_0+t-t_u)}, & t \geq t_u. \end{cases} \end{aligned}$$

Если  $\alpha$  и  $W$  положительны, то  $\bar{w}(0, 0, t) < 0$ . Однако проекция скорости этого перемещения на  $z$  меняет знак при  $t = t_u$ , оставаясь для конечных  $t_u$  отличной от нуля. Максимальное по модулю перемещение, наступающее при  $t = t_u$ , равно

$$\bar{w}(0, 0, t_u) = -\frac{1+\mu}{4\pi} \frac{\alpha}{K} W \ln \left( 1 + \frac{t_u}{\tau_0} \right). \quad (10)$$

Интересно сопоставить временные зависимости перемещения и температуры. При  $0 \leq t \leq t_u$  и произвольном  $R$  получаем для температуры

$$T(R, t)|_{z>0} = \frac{(\gamma c)^{-1}}{4(\pi x)^{3/2}} \int_0^t \frac{W(\tau)}{(\tau + \tau_0 - \tau)^{3/2}} \cdot \exp \left[ -\frac{R^2}{4x(\tau + \tau_0 - \tau)} \right] d\tau = \\ = \frac{W}{2\pi R K} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{R}{2\sqrt{x\tau_0}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{R}{2\sqrt{x(\tau_0 + t)}} \right) \right]. \quad (11)$$

В частности, для  $R=0$  будем иметь

$$T(0, t) \equiv \lim_{R \rightarrow 0} T(R, t) = \frac{W}{2(\pi x)^{3/2} \cdot \gamma c} \left( \frac{1}{\sqrt{\tau_0}} - \frac{1}{\sqrt{\tau_0 + t}} \right), \quad (t \leq t_u), \quad \text{и } \partial_t T(0, t) = \\ = \frac{W \cdot (\tau_0 + t)^{-3/2}}{4(\pi x)^{3/2} \cdot \gamma c}.$$

При  $t \rightarrow 0$ , очевидно,  $T(0, t) \rightarrow 0$ , тогда как

$$\lim_{t \rightarrow \infty} T(0, t) = \frac{W \tau_0^{-1/2}}{2(\pi x)^{3/2} \cdot \gamma c}.$$

Последний результат интересен тем, что он соответствует установившейся температуре для постоянной во времени мощности  $W$ . При этом средняя по площади контакта установившаяся температура с учетом того, что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} T(r, t) = W(2\pi r K)^{-1} \operatorname{erf} [r/(2\sqrt{x\tau_0})],$$

оказывается равной

$$\bar{T}_{cp} = \frac{W}{\pi a k} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{a}{2\sqrt{x\tau_0}} \right) - \frac{2}{a} \sqrt{\frac{x\tau_0}{\pi}} \left( 1 - e^{-\frac{a^2}{4x\tau_0}} \right) \right].$$

Полагая  $\tau_0 = \frac{a^2}{4\nu^2 x}$ , где  $\nu$  — положительное число, будем иметь

$$\bar{T}_{cp}/W \equiv R_{\tau, \text{эф}} = (\pi a k)^{-1} [\operatorname{erf}(\nu) - \pi^{-1/2} \nu^{-1} (1 - e^{-\nu^2})]. \quad (12)$$

Это выражение условно может быть принято за тепловое сопротивление полупространства постоянному потоку  $W$ , причем «геометрия» распределенного источника тепла отражается на значении  $R_{\tau, \text{эф}}$  через безразмерную функцию от  $\nu$  в прямых скобках. Заметим, что выражение  $R_{\tau} = (2\pi a k)^{-1}$ , с которым при  $\nu=1$  почти совпадает правая часть (12), соответствует радиальному проникновению тепла с полусферического контакта радиуса  $a$  в полупространство, свободное от внутренних источников.

Возвращаясь к случаю ограниченной длительности импульса и рассматривая разность двух интегралов типа (11), для времен  $t > t_u$  получаем

$$T(R, t \geq t_u) = \frac{W}{2\pi R K} \left\{ \operatorname{erf} \left[ \frac{R}{2\sqrt{x(t + \tau_0 - t_u)}} \right] - \operatorname{erf} \left[ \frac{R}{2\sqrt{x(t + \tau_0)}} \right] \right\}.$$

Отсюда, в частности,

$$T(0, t \geq t_u) = \frac{W}{2(\pi\kappa)^{3/2} \cdot \gamma C} [(\tau_0 + t - t_u)^{-1/2} - (\tau_0 + t)^{-1/2}],$$

и

$$\partial_t T(0, t \geq t_u) = -\frac{W}{4(\pi\kappa)^{3/2} \cdot \gamma C} [(\tau_0 + t - t_u)^{-3/2} - (\tau_0 + t)^{-3/2}].$$

Динамика температуры, а также осевого смещения поверхности иллюстрируется графиками рис. 2. Максимальное значение  $T(0, t)$  достигается при  $t = t_u$ :

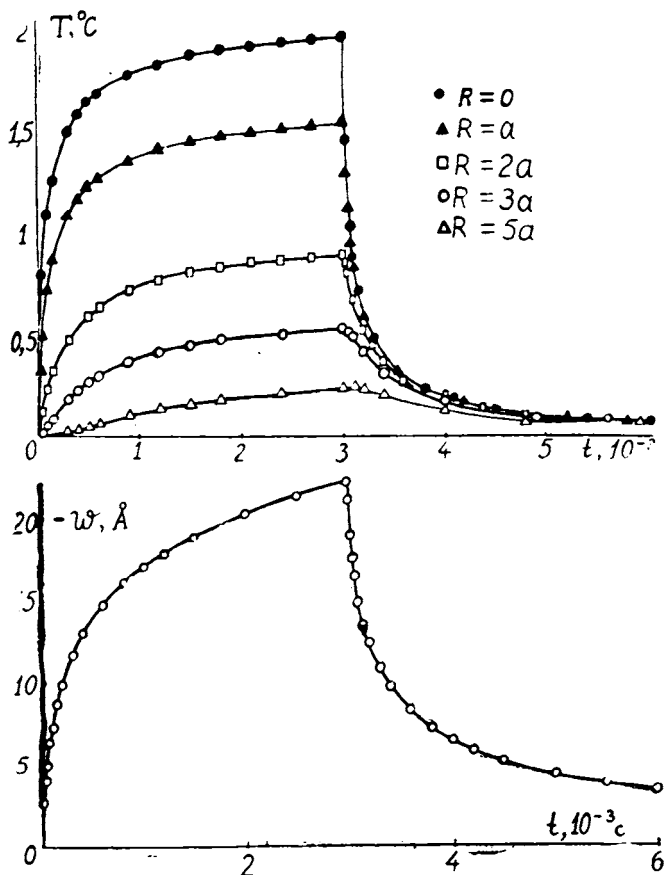


Рис. 2. Динамика температуры (а) и осевого смещения поверхности (б) при прямоугольном импульсе тока  $I=10$  мА,  $t_u=3$  мсек через плоский круговой контакт радиуса  $a=55$  мкм на германии ( $\rho=10$  Ом см).

$$T(0, t_u) = \frac{W}{2(\pi\kappa)^{3/2} \cdot \gamma C} [\tau_0^{-1/2} - (\tau_0 + t_u)^{-1/2}].$$

Достижение модулем перемещения  $\bar{w}(0, t)$  своего наибольшего значения одновременно с температурой в один и тот же момент, как и обнаруживаемый при этом разрыв скорости  $v(0, t)$ , должно рассматриваться как результат исключения механической инерции среды в квази-

статическом приближении. Альтернативное (динамическое) рассмотрение в принципе привело бы к уточнению этих качественно понятных деталей. Однако при обычных тепловых возмущениях изменения количественных результатов при этом не будут иметь практического значения.

Для иллюстрации рассматриваемый пример импульсного возмущения доведем до числа, отправляясь от параметров  $t_u = 3 \text{ мс}$ ,  $I = 10 \text{ мА}$ ,  $a = 55 \text{ мкм}$ ,  $\rho = 10 \text{ Ом см}$  для плоской круговой конфигурации точечного невыпрямляющего контакта. Прежде всего определим теплосодержание в окрестности контакта в момент появления тока  $I = 10 \text{ мА}$ . Обозначим мгновенное значение мощности, рассеиваемой в полусфере радиусом  $R$  с центром в начале координат через  $W(R)$  и отнесем к мгновенному значению полной мощности

$$W = I^2 \cdot r_s^j = I^2 \cdot 8\rho / (3\pi^2 a),$$

где сопротивление растекания  $r_s^j = 8\rho / (3\pi^2 a)$  подсчитано в предположении постоянства нормальной компоненты плотности тока  $\vec{j}$  в пределах кругового контакта [7]. Легко заметить, что при  $R \gg a$  имеют место

$$W(R) = I^2 \left( \frac{8\rho}{3\pi^2 a} - \frac{\rho}{2\pi R} \right) \approx W \left( 1 - 0,6 \frac{a}{R} \right) \text{ и } \frac{W(x)}{W} \approx 1 - 0,6 \frac{v}{x},$$

поскольку уже принято  $x = R \cdot (4x\tau_0)^{-1/2}$  и  $\tau_0 = a^2(4v^2x)^{-1}$ . Вообще значение  $\tau_0$  мы берем одно для всех  $R$ , и невозможно искать  $v$  (независящее от  $x$ ) такое, чтобы функции  $\eta(x)$  и  $W(x)/W$  совпадали в области определения последней по  $x$ . О приближениях, имеющих место при  $v = \sqrt{3}/2$  и  $v = 1$ , дает представление табл. 1.

Таблица 1

$v$	$R/a$	$x = \frac{R}{a} v$	$\frac{W(x)}{W}$	$\eta(x)$
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1,0	0,866	0,41	0,32
	1,5	1,3	0,6	0,66
	2,0	1,73	0,7	0,88
	2,5	2,1	0,76	0,97
	3,0	2,6	0,8	0,99
1,0	1,0	1,0	0,41	0,40
	1,5	1,5	0,61	0,79
	2,0	2,0	0,70	0,95
	2,5	2,5	0,76	0,99



В обоих случаях на удалениях до  $(1 \div 1,5)a$  от центра контакта теплосодержание близко отображено функцией  $\eta(x)$ . Однако в пределах  $(1 \div 3)a$  оно в  $\eta(x)$  преувеличено за счет периферийных областей: 20% мощности, на самом деле рассеиваемой за полусферой  $R=3a$ , аппроксимирующей функцией привнесена во внутрь этой полусферы.

Ориентируясь в целом на меньшую погрешность (меньше 20%), берем  $\nu^2=3/4$  и соответственно получаем  $\tau_0 = a^2/(3\chi) = 26,6$  мкс, где для германия принят  $\kappa = 0,375 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с. Подставляя в выражение (10)  $\mu = 0,3$ ;  $\alpha = +5,75 \cdot 10^{-6}$  К<sup>-1</sup>;  $K = 0,63 \cdot 10^2$  Вт м<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup>;  $W = 0,05$  Вт, будем иметь  $\bar{w}(C, 0, t_u) = -22A^*$ .

В решении, построенном на выборе  $\tau_0$ , ожидается соответствующая погрешность. Заметим, однако, что влияние на  $w$  неточностей  $\nu$  и  $\tau_0$  в (10) ослаблено логарифмированием. Так, полученный результат изменится всего на 30% при более чем трехкратном изменении  $\tau_0$  от значения  $0,3 \cdot 10^{-4}$  с до  $1 \cdot 10^{-1}$  с. Гораздо важнее точное задание рассеиваемой в кристалле мощности, а также значений подставляемых постоянных (поскольку в литературных данных о них встречается разброс).

Для конкретности иллюстрации рис. 2 выполнены в соответствии с данным примером. Поэтому, касаясь температурного режима, отметим лишь величину наибольшего перегрева —  $T(0, t_u) = 2,25^\circ$ ; это значение характеризует также порядок изменений температуры среды при данном порядке возмущающей мощности и с учетом температурных изменений параметров среды возможности линейного рассмотрения задачи. Немного больше оказывается установившаяся (для ступеньки мощности  $W = 0,05$  Вт) температура в центре контактного круга  $T(0, \infty) = 2,5^\circ$ . Средняя установившаяся температура контакта:  $\bar{T}_{\text{ср}} = 1,96 \approx 2,0^\circ$ . При этом «эффективное» тепловое сопротивление  $R_{\text{т.эфф}} = (2\pi aK) \cdot 0,87 = 39$  К/Вт. Заметим что в модели, исходящей из условия постоянства плотности теплового потока через контактный круг, мы бы имели  $R_{\text{т}} = 8/(3\pi^2 aK) = 78$  К/Вт. [8].

С методической точки зрения представляют интерес наибольшие по модулю скорости изменения температуры в импульсном режиме, достигаемые при  $t=0$  и  $t=t_{u+}$ . Соответственно имеем

$$T'_t(0, 0) = 4,70 \cdot 10^4 \text{ К/с}, \quad T'_t(0, t_{u+}) = -4,65 \cdot 10^4 \text{ К/с}.$$

Сравнивая по порядку величины этот результат с данными первой сноски, можем судить о допустимости отказа от сугубо динамических эффектов, вызываемых импульсным теплоподводом и соответствующим повышением температуры, и принятия квазистатического приближения для рассмотренной здесь задачи термоупругости.

Кафедра физики полупроводников и диэлектриков

Поступила 23.05.1980

\* Значения  $\mu$  зависят от ориентации кристалла; для германия при направлениях  $\langle 111 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$ ,  $\langle 100 \rangle$   $\mu$  имеет значения 0,16; 0,2 и 0,26. Таким образом, при соответствующей ориентации плоскости  $z=0$  получим по модулю меньшие перемещения, нежели в тексте, на 10%; 7,5%; 3%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gundjian A. A, IEEE Trans. on electron devices, 13, 866, 1966.
2. Kornreich P., Callen H., Gundjian A., Phys. Rev., 161, 815, 1957.
3. Gundjian A., Habert B., Solid-State Electronics, 13, 1507, 1970.
4. Паркус Г., Неустановившиеся температурные напряжения, стр. 137, изд-во «Наука», М., 1963.
5. Новацкий В., Динамические задачи термоупругости, изд-во «Мир», М., 1970.
6. Бейтмен Г., Эрдейи А., Таблицы интегральных преобразований, т. 1, изд-во «Наука», М., 1969.
7. Поляков Н. Н., Коньков В. Л., Изв. вузов, «Физика», 9, 100, 1970.
8. Карслоу Г., Егер Д., Теплопроводность твердых тел, изд-во «Наука», М., 1964.

Մ. Վ. ՄԻԱՍՅԱՆ

ԿԵՏԱՅԻՆ ԿՈՆՏԱԿՏՈՎ ՏԵՂԱՄԱՍՈՒՄ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԿԻ ԶԵՐՄԱՀԱՎԵԼՄԱՆ ԵՎ ԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ԶԵՐՄԱՅԻՆ ԸՆԴԱՐՁԱԿՄԱՆ ԱՆԱԼԻՏԻԿ ՀԱՇՎԱՐԿ

Ա մ փ ո փ ու մ

*Ջերմատառձգականության չկապակցված տեսության շրջանակներում քվազիստատիկ մոտեցմամբ դիտարկված է կետային կոնտակտով կիսահաղորդչի դինամիկ ջերմային ընդարձակումը, երբ հոսանքի անցումով պայմանավորված ջերմության անջատումը ցրման դիմադրության վրա զգալի է:*