ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 1986 Естественные науки

Математика

УДК 517.984.54

Т. Н. АРУТЮНЯН

О КАНОНИЧЕСКОМ ОПЕРАТОРЕ ДИРАКА С ЧАСТИЧНО ЗАДАННЫМ СПЕКТРОМ

Доказывается, что функция, отличающаяся от спектральной функции заданного самосопряженного канонического оператора Дирака в конечном числе точек, также спектральна, и строится оператор, для которого она является спектральной функцией.

§ 1. Введение и формулировка основного результата.

Пусть задан канонический оператор Дирака L, порожденный в гильбертовом пространстве двухкомпонентных вектор-функций $L_2(0, \infty; C^2)$ дифференциальным выражением

$$ly=\left\{B\frac{d}{dx}+Q(x)\right\}y \tag{1.1}$$

и краевым условием

$$y_1(0)\cos\alpha+y_2(0)\sin\alpha=0, \tag{1.2}$$

где

$$B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\quad Q(x)=\begin{pmatrix} p(x) & q(x) \\ q(x) & -p(x) \end{pmatrix},\quad y=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},$$

p и q—действительные, локально интегрируемые функции на полуоси. Известно [1], что оператор L самосопряжен. Через $\varphi(x, \lambda)$ обозначим решение задачи Коши:

$$l\varphi=\lambda\varphi, \tag{1.3}$$

$$\varphi_1(0, \lambda)=\sin\alpha,\quad \varphi_2(0, \lambda)=-\cos\alpha. \tag{1.4}$$

В силу самосопряженности дифференциального выражения l компоненты $\varphi_1(x, \lambda)$ и $\varphi_2(x, \lambda)$ вектора $\varphi(x, \lambda)$ можно выбрать действительными при действительных λ.

Известно [1], что для оператора L существует единственная неубывающая непрерывная слева функция $\rho(\lambda)$, определенная на действительной оси, такая, что для любой $f\in L_2(0, \infty; R^2)$ имеет место равенство Парсеваля

$$\|f\|^2=\int_0^\infty\{f_1^2(x)+f_2^2(x)\}\,dx=\lim_{n\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty}F_n^2(\lambda)\,d\rho(\lambda),$$

где

$$F_n(\lambda)=\int_0^n\{f_1(x)\varphi_1(x,\lambda)+f_2(x)\varphi_2(x,\lambda)\}dx.$$

Функция $\rho(\lambda)$ называется спектральной функцией оператора L. Если спектр оператора L содержит собственное значение λ_0, то, очевидно, что $\varphi(x,\lambda_0)$ есть собственная функция. Ее L_2-норму обозначим через a_0^{-1}:

$$\|\varphi(\cdot,\lambda_0)\|^2=\int_0^\infty[\varphi_1^2(x,\lambda_0)+\varphi_2^2(x,\lambda_0)]dx=a_0^{-1}.$$

Число a_0 называется нормировочной постоянной.

Наша работа посвящена получению явных формул для пересчета коэффициентов оператора Дирака при изменении конечного числа собственных значений и (или) нормировочных постоянных. Грубо говоря, мы отвечаем на следующий вопрос: «Что произойдет с потенциалом $Q(x)$ при изменении конечного числа собственных значений и (или) нормировочных постоянных?»

Спектр оператора L будем обозначать через $\sigma(L)$, а множество собственных значений—через $\sigma_d(L)$. Известно, что $\sigma_d(L)$ совпадает с множеством всех точек разрыва спектральной функции $\rho(\lambda)$.

Рассмотрим произвольное конечное множество n действительных чисел μ_k, не принадлежащих $\sigma_d(L)$, произвольное конечное множество $n+l$ положительных чисел b_k и конечное множество $m+l$ собственных значений λ_k оператора L $(n, m, l\geqslant 0)$. Через a_k обозначим нормировочные постоянные, соответствующие λ_k. Через $\delta(\lambda)$ будем обозначать δ-функцию Дирака. В этих обозначениях основной результат нашей работы формулируется следующим образом.

Теорема. Пусть $\rho(\lambda)$ есть спектральная функция оператора L. Тогда функция $\tilde{\rho}(\lambda)$, определяемая соотношением

$$d\tilde{\rho}(\lambda)=d\rho(\lambda)+\sum_{k=1}^{n}b_k\delta(\lambda-\mu_k)d\lambda-\sum_{i=1}^{m}a_i\delta(\lambda-\lambda_i)d\lambda+\sum_{p=1}^{l}(b_{p+n}-a_{p+m})\delta(\lambda-$$
$$-\lambda_{p+m})d\lambda, \tag{1.5}$$

тоже спектральна. Точнее, существует единственный самосопряженный канонический оператор Дирака $\tilde{L}$, порожденный дифференциальным выражением $\tilde{l}=B\frac{d}{dx}+\tilde{Q}(x)$ и краевым условием (1.2), для которого $\tilde{\rho}(\lambda)$ является спектральной функцией. При этом $\tilde{Q}(x)$ определяется выражением

$$\tilde{Q}(x)=Q(x)+\sum_{k=1}^{n+m+l}\frac{\gamma_k}{1+\gamma_k g_{k-1}(x,\nu_k)}[B\varphi_{k-1}(x,\nu_k)\varphi^T_{k-1}(x,\nu_k)-$$
$$-\varphi_{k-1}(x,\nu_k)\varphi^T_{k-1}(x,\nu_k)B], \tag{1.6}$$

где T—знак транспонирования,

$$\nu_k=\begin{cases}\mu_k, & 1\leqslant k\leqslant n,\\ \lambda_k, & n+1<k\leqslant n+m+l,\end{cases}\qquad \gamma_k=\begin{cases}b_k, & 1\leqslant k\leqslant n,\\ -a_{k-n}, & n+1\leqslant k\leqslant n+m,\\ b_{k-m}-a_{k-n}, & n+m+1\leqslant k\leqslant n+m+l,\end{cases}$$

а вектор-функции $\varphi_k(x,\lambda)$ определяются из реккурентного соотношения

$$\varphi_0(x,\lambda)=\varphi(x,\lambda),\quad \varphi_k(x,\lambda)=\varphi_{k-1}(x,\lambda)-\frac{\gamma_k\cdot\varphi_{k-1}(x,\nu_k)}{1+\gamma_k g_{k-1}(x,\nu_k)}\times$$

$$\times\int_0^x\varphi^T_{k-1}(t,\nu_k)\varphi_{k-1}(t,\lambda)dt, \tag{1.7}$$

$$k=1,2,\ldots,n+m+l,$$

где

$$g_{k-1}(x,\nu_k)=\int_0^x|\varphi_{k-1}(t,\nu_k)|^2dt.$$

Доказательство этой теоремы будет приведено в § 2, а здесь отметим, что аналогичные вопросы для оператора Шрёдингера на полуоси с убывающим потенциалом (случай теории рассеяния) изучались в [2] (см. также [3, 4]). Для регулярного оператора Штурма-Лиувилля эти вопросы были изучены в работе Г. Хохштадта [5]. С другой точки зрения к задаче о конечномерных возмущениях оператора Штурма-Лиувилля на конечном интервале подошёл Б. М. Левитан [6]. В дальнейшем для оператора Штурма-Лиувилля на конечном отрезке этот вопрос изучался в работах [7—9], а для регулярного оператора Дирака—в [10, 11]. Для сингулярного оператора Шрёдингера на $(0,\infty)$ с чисто дискретным спектром аналогичные задачи были решены в [12] и [13]. Одномерные возмущения оператора Дирака (и несколько более общих операторов) на всей оси с убывающими коэффициентами (случай теории рассеяния) были изучены А. Б. Шабатом [14]. См. также [15—17].

§ 2. Доказательство теоремы.

1. Допустим сначала, что существует канонический самосопряженный оператор Дирака L_1 с локально интегрируемым потенциалом $Q_1(x)$, порожденный краевой задачей

$$l_1y=\left\{B\frac{d}{dx}+Q_1(x)\right\}y=\lambda y, \tag{2.1}$$

$$y_1(0)\cos\alpha+y_2(0)\sin\alpha=0, \tag{2.2}$$

такой, что его спектральная функция $\rho_1(\lambda)$ связана со спектральной функцией $\rho(\lambda)$ оператора L соотношением

$$\rho_1(\lambda)=\begin{cases}\rho(\lambda), & \lambda\leqslant\mu,\\ \rho(\lambda)+b, & \lambda>\mu,\end{cases} \tag{2.3}$$

т. е.

$$d\rho_1(\lambda)=d\rho(\lambda)+b\cdot\delta(\lambda-\mu)d\lambda, \tag{2.4}$$

где $b>0$. а $\mu\in\sigma_d(L)$, $\mathrm{Im}\,\mu=0$. Как связаны в этом случае потенциальные матрицы $Q_1(x)$ и $Q(x)$?

При нашем допущении о существовании оператора L_1 известно ([1], стр. 470), что существует оператор преобразования $I+K$

$$\psi(x, \lambda)=(I+K)\varphi(x, \lambda)=\varphi(x, \lambda)+\int\limits_0^x K(x, s)\varphi(s, \lambda)ds, \tag{2.5}$$

переводящий решение $\varphi(x, \lambda)$ задачи Коши (1.3)—(1.4) в решение задачи Коши

$$l_1\psi=\lambda\psi, \tag{2.6}$$

$$\psi_1(0, \lambda)=\sin\alpha, \quad \psi_2(0, \lambda)=-\cos\alpha, \tag{2.7}$$

причем ядро $K(x, s)$ связано с потенциалами $Q_1(x)$ и $Q(x)$ равенством

$$Q_1(x)-Q(x)=K(x, x)B-BK(x, x). \tag{2.8}$$

Кроме того (см. [18]), ядро $K(x, s)$ должно удовлетворять интегральному уравнению Гельфанда-Левитана

$$K(x, s)+F(x, s)+\int\limits_0^x K(x, t)F(t, s)dt=0, \quad 0\leqslant s<x<\infty, \tag{2.9}$$

где матрица $F(x, s)$ определена равенством

$$F(x, s)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\varphi(x, \lambda)\varphi^T(s, \lambda)d(\rho_1(\lambda)-\rho(\lambda)). \tag{2.10}$$

При наших условиях (см. (2.4)) ядро $F(x, s)$ интегрального уравнения (2.9) оказывается вырожденным, и, следовательно, его можно решить в явном виде. В самом деле, из (2.4) следует, что $F(x, s)$ имеет вид

$$F(x, s)=b\varphi(x, \mu)\varphi^T(s, \mu). \tag{2.11}$$

Используя это выражение ядра $F(x, s)$, из (2.9) после несложных вычислений получаем

$$K(x, s)=-\frac{b}{1+bg(x)}\varphi(x, \mu)\varphi^T(s, \mu), \tag{2.12}$$

где $g(x)=\int\limits_0^x|\varphi(t, \mu)|^2dt$. Теперь уже из (2.8) имеем

$$Q_1(x)=Q(x)+K(x, x)B-BK(x, x)=Q(x)-\frac{b}{1+bg(x)}\times$$

$$\times[\varphi(x, \mu)\varphi^T(x, \mu)B-B\varphi(x, \mu)\varphi^T(x, \mu)]=$$

$$=Q(x)+\frac{b}{1+bg(x)}\begin{pmatrix}2\varphi_1(x, \mu)\varphi_2(x, \mu) & \varphi_2^2(x, \mu)-\varphi_1^2(x, \mu)\\ \varphi_2^2(x, \mu)-\varphi_1^2(x, \mu) & -2\varphi_1(x, \mu)\varphi_2(x, \mu)\end{pmatrix}. \tag{2.13}$$

Таким образом, мы доказали, что если существует оператор L_1, спектральная функция которого связана со спектральной функцией $\rho(\lambda)$ оператора L соотношением (2.3) (т. е. у L_1 имеется одно «лишнее» собственное значение μ с нормировочной постоянной b), то потенциальная матрица $Q_1(x)$ оператора L_1 связана с $Q(x)$ равенством (2.13).

Пусть теперь нам задан оператор L_1, порожденный выражением $l_1 = B\frac{d}{dx}+Q_1(x)$ и краевым условием (2.2), где $Q_1(x)$ определен равенством (2.13). Докажем, что функция $\rho_1(\lambda)$, определенная равенством (2.3), является спектральной функцией оператора L_1.

Для этого, во-первых, убедимся, что функция $\psi(x, \lambda)$, определенная равенством (2.5), где $K(x, s)$ определяется выражением (2.12), является решением задачи Коши (2.6)—(2.7). Очевидно, что $\psi(x, \lambda)$ удовлетворяет начальным условиям (2.7). Чтобы доказать тождество

$$l_1\psi(x, \lambda)\equiv\lambda\psi(x, \lambda), \tag{2.14}$$

заметим, что из (2.5) и (2.13) имеем

$$l_1\psi(x, \lambda)=\lambda\varphi(x, \lambda)+K(x, x)B\varphi(x, \lambda)+\int_0^x\Big[K(x, s)Q(s)-\frac{\partial K(x, s)}{\partial s}B\Big]\varphi(s, \lambda)ds+\int_0^x\Big[B\frac{\partial K(x, s)}{\partial x}+Q_1(x)K(x, s)-K(x, s)Q(s)+\frac{\partial K(x, s)}{\partial s}B\Big]\varphi(s, \lambda)ds. \tag{2.15}$$

Используя явный вид (2.12) матрицы $K(x, s)$ и тождество $l\varphi(x, \lambda)\equiv\lambda\varphi(x, \lambda)$, нетрудно показать, что имеют место тождества

$$\lambda\int_0^x K(x, s)\varphi(s, \lambda)ds\equiv K(x, x)B\varphi(x, \lambda)+\int_0^x\Big(K(x, s)Q(s)-\frac{\partial K(x, s)}{\partial s}B\Big)\varphi(s, \lambda)ds, \tag{2.16}$$

$$B\frac{\partial K(x, s)}{\partial x}+Q_1(x)K(x, s)-K(x, s)Q(s)+\frac{\partial K(x, s)}{\partial s}B\equiv 0. \tag{2.17}$$

Подставляя (2.16) и (2.17) в (2.15), получаем тождество (2.14). Таким образом, доказано, что ядро $K(x, s)$ порождает оператор преобразования между L и L_1. Совершенно аналогично можно показать, что ядро (матрица)

$$H(x, s)=\frac{b}{1-bg_1(x)}\psi(x, \mu)\psi^{T}(s, \mu)= \tag{2.18}$$

$$=\frac{b}{1+bg(s)}\varphi(x, \mu)\varphi^{T}(s, \mu)=-K^{T}(s, x),$$

где $g_1(x)=\int_0^x|\psi(t, \mu)|^2dt$, порождает оператор преобразования $I+H=(I+K)^{-1}$:

$$\varphi(x, \lambda)=(I+H)\psi(x, \lambda)=\psi(x, \lambda)+\int_0^x H(x, s)\psi(s, \lambda)ds, \tag{2.19}$$

который переводит решение ψ задачи Коши (2.6)—(2.7) в решение φ задачи Коши (1.3)—(1.4).

Чтобы доказать, что $\rho_1(\lambda)$ есть спектральная функция оператора L_1, надо показать, что $\psi(x, \lambda)$ порождает равенство Парсеваля по мере $d\rho_1(\lambda)$. Для этого достаточно доказать, что для любой финитной функции $f \in L_2(0, \infty; R^2)$

$$\|f\|^2 = \int_0^\infty [f_1^2(x) + f_2^2(x)]dx = \int_{-\infty}^\infty F^2(\lambda)d\rho_1(\lambda), \tag{2.20}$$

где

$$F(\lambda) = \int_0^\infty f^T(x)\cdot\psi(x, \lambda)dx. \tag{2.21}$$

Подставляя в (2.21) вместо $\psi(x, \lambda)$ ее представление (2.5) и используя финитность f, позволяющую менять порядок интегрирования, для $F(\lambda)$ получаем выражение

$$F(\lambda) = \int_0^\infty h^T(t)\varphi(t, \lambda)dt, \tag{2.22}$$

где

$$h(t) = f(t) + \int_t^\infty K^T(x, t)f(x)dx. \tag{2.23}$$

Исходя из (2.22) и (2.19) получим также выражение f через h:

$$f(t) = h(t) + \int_0^\infty H^T(x, t)h(x)dx. \tag{2.24}$$

Поскольку $\varphi(x, \lambda)$ порождает равенство Парсеваля по $\rho(\lambda)$, то из (2.20) и (2.4) имеем

$$\int_{-\infty}^\infty F^2(\lambda)d\rho_1(\lambda) = \int_{-\infty}^\infty F^2(\lambda)d\rho(\lambda) + bF^2(\mu) = \|h\|^2 + bF^2(\mu). \tag{2.25}$$

Рассмотрим величину $bF^2(\mu)$. Из (2.2) получаем

$$bF^2(\mu) = b\int_0^\infty h^T(t)\varphi(t, \mu)dt \int_0^\infty h^T(x)\varphi(x, \mu)dx =$$

$$= b\int_0^\infty h^T(t)\left[\int_0^\infty \varphi(t, \mu)\varphi^T(x, \mu)h(x)dx\right]dt. \tag{2.26}$$

Учитывая вид (2.11) матрицы $F(t, x)$ и (2.23), а также связь между матрицами $F(t, x)$, $K(t, x)$ и $H(t, x)$ рассмотрим интеграл

$$b\int_{l}^{\infty}\varphi(t,\mu)\varphi^{T}(x,\mu)h(x)dx=\int_{0}^{\infty}F(t,x)\left(f(x)+\int_{x}^{\infty}K^{T}(s,x)f(s)ds\right)dx=$$

$$=\int_{0}^{\infty}\left[F(t,s)+\int_{0}^{s}F(t,x)K^{T}(s,x)dx\right]f(s)ds=\int_{0}^{t}\left[F(t,s)+\right.$$

$$\left.+\int_{0}^{s}F(t,x)K^{T}(s,x)dx\right]f(s)ds+\int_{t}^{\infty}\left[F(t,s)+\right.$$

$$\left.+\int_{0}^{s}F(t,x)K^{T}(s,x)dx\right]f(s)ds=\int_{0}^{t}H(t,s)f(s)ds-$$

$$-\int_{t}^{\infty}K^{T}(s,t)f(s)ds. \tag{2.27}$$

Подставляя последнее выражение в (2.26) и учитывая (2.23) и (2.24), получаем $bF^2(\mu)=\|f\|^2-\|h\|^2$, что вместе с (2.25) доказывает равенство Парсеваля (2.20).

Таким образом, исходя из заданного оператора L, мы построили оператор L_1, у которого одно «лишнее» собственное значение. Чтобы добавить к спектру оператора L конечное число n собственных значений $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ с соответствующими нормировочными постоянными $b_1, b_2, \ldots, b_n$, достаточно повторить проделанное n раз. Тогда мы получим оператор L_1, порожденный выражением $\tilde{l}_1=B\frac{d}{dx}+\tilde{Q}_1(x)$ и краевым условием (2.2), потенциал которого $\tilde{Q}_1(x)$ определяется выражением (1.6), где $m=l=0$.

2. Если мы хотим уменьшить число собственных значений заданного оператора L (очевидно, что теперь в качестве исходного можно брать $\tilde{L}_1$), то поступим следующим образом. Пусть λ_0 есть собственное значение оператора L с нормировочной постоянной a_0. Мы хотим построить оператор L_2, спектральная функция которого удовлетворяет соотношению

$$\rho_2(\lambda)=\begin{cases}\rho(\lambda), & \lambda\leqslant\lambda_0,\\ \rho(\lambda)-a_0, & \lambda>\lambda_0,\end{cases}\quad \text{т. е.}\quad d\rho_2(\lambda)=d\rho(\lambda)-a_0\delta(\lambda-\lambda_0)d\lambda. \tag{2.28}$$

Совершенно аналогично предыдущему мы получим, что если такой оператор существует, то его потенциал $Q_2(x)$ определяется равенством

$$Q_2(x)=Q(x)-\frac{a_0}{1-a_0g_0(x)}\begin{pmatrix}2\varphi_1(x,\lambda_0)\varphi_2(x,\lambda_0) & \varphi_2^2(x,\lambda_0)-\varphi_1^2(x,\lambda_0)\\ \varphi_2^2(x,\lambda_0)-\varphi_1^2(x,\lambda_0) & -2\varphi_1(x,\lambda_0)\varphi_2(x,\lambda_0)\end{pmatrix}, \tag{2.29}$$

где $g_0(x)=\int_0^x|\varphi(t,\lambda_0)|^2dt$, и, наоборот, канонический оператор Дирака, порождаемый выражением $l_2 = B\frac{d}{dx} + Q_2(x)$ и краевым условием (2.2), имеет спектральную функцию, определяемую равенством (2.28). Заметим, что из формул (2.5) и(2.19) при $\lambda=\lambda_0$ следует тождество $(1-a_0 g_0(x))\cdot(1+a_0 g_1(x))\equiv 1$, где $g_1(x)=\int_0^x |\psi(t, \lambda_0)|^2 dt$, из которого, в свою очередь, следует, что знаменатель $1-a_0 g_0(x)$ в правой части равенства (2.29) положителен для любого конечного x.

Если мы хотим убрать не одно, а конечное число m собственных значений $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$ с соответствующими нормировочными постоянными $a_1, a_2, \ldots, a_m$, то повторяем этот процесс m раз. В результате (если мы будем исходить из оператора $\tilde{L}_1$) мы построим оператор $\tilde{L}_2$, спектральная функция которого будет определяться равенством (1.5), где $l=0$, а потенциал $\tilde{Q}_2(x)$—равенством (1.6) при $l=0$.

3. Пусть теперь мы хотим, не изменяя собственных значений, изменить нормировочные постоянные, т. е. если у оператора L собственное значение λ_0 входило с нормировочной постоянной a_0, то у нового оператора (обозначим его через L_3) оно входило бы с нормировочной постоянной $b_0\neq a_0$. Это значит, что спектральные функции $\rho_3(\lambda)$ и $\rho(\lambda)$ должны быть связаны соотношением

$$\rho_3(\lambda)=\begin{cases}\rho(\lambda), & \lambda<\lambda_0,\\ \rho(\lambda)+(b_0-a_0), & \lambda>\lambda_0.\end{cases}$$

Повторяя рассуждения пункта 1, приходим к выражению

$$Q_3(x)=Q(x)+\frac{b_0-a_0}{1+(b_0-a_0)g(x)}\begin{pmatrix}2\varphi_1(x,\lambda_0)\cdot\varphi_2(x,\lambda_0) & \varphi_2^2(x,\lambda_0)-\varphi_1^2(x,\lambda_0)\\ \varphi_2^2(x,\lambda_0)-\varphi_1^2(x,\lambda_0) & -2\varphi_1(x,\lambda_0)\varphi_2(x,\lambda_0)\end{pmatrix},$$

где $g(x)=\int_0^x |\varphi(t, \lambda_0)|^2 dt < a_0^{-1}$. Относительно знаменателя $1+(b_0-a_0)g(x)$ заметим, что если $b_0-a_0<0$, то $1+(b_0-a_0)g(x)\geqslant 1-(a_0-b_0)a_0^{-1}=\frac{b_0}{a_0}>0$, т. е. за новую нормировочную постоянную b_0 можно брать любое положительное число. Повторяя проделанное l раз, мы можем изменить конечное число l нормировочных постоянных. Объединяя результаты пунктов 1, 2 и 3 § 2, приходим к теореме, сформулированной в § 1.

Кафедра дифференциальных уравнений *Поступила 5.05.1984*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Левитан Б. М., Саргсян И. С.** Введение в спектральную теорию. М.: Наука, 1970.
2. **Jost R., Kohn W.** On the relation between phase shift energy levels and the potential, Kgl. Danske Videnskab. Selskab.—Math.—fys. Medd., 1953, v. 27, № 9, p. 3—19.
3. **Крейн М. Г.** О переходной функции одномерной краевой задачи второго порядка.—ДАН СССР, 1953, т. 97, № 1, с. 405—408.
4. **Крейн М. Г.** Об интегральных уравнениях, порождающих дифференциальные уравнения 2-го порядка.—ДАН СССР, 1954, т. 97, № 1, с. 21—24.

5. Hochstadt H. The Inverse Sturm—Liouville Preblem.—Comm. of Pure and Appl. Math., 1973, v. XXVI, p. 715–729.
6. Левитан Б. М. Об определении оператора Штурма-Лиувилля по одному и двум спектрам.—Изв. АН СССР, сер. мат., 1978, т. 42, № 1, с. 185—199.
7. Панахов Э. С. Об определении дифференциального оператора с особенностью в нуле по двум спектрам.—Деп. в ВИНИТИ АН СССР, 1980, № 4407-80.
8. Панахов Э. С. Об обратной задаче по двум спектрам для дифференциального оператора с особенностью в нуле—ДАН Азерб. СССР, 1980, т. 36, № 10.
9. Кирчев К. П., Христов Е. Х. О разложениях, связанных с произведениями решений двух регулярных задач Штурма-Лиувилля. Препринт Р5 12227, ОИЯИ, Дубна, 1979.
10. Кирчев К. П., Христов Е. Х. О разложениях, связанных с произведениями решений двух регулярных операторов Дирака. Препринт Р5 12410, ОИЯИ, Дубна, 1979.
11. Панахов Э. С. Обратная задача для системы Дирака по двум частично заданным спектрам.—Деп. в ВИНИТИ АН СССР, 1981, № 3354-81.
12. Grosse H. Martin A. Theory of the inverse problem for confining potentials.—Nuclear Phys., 1979, B 148, p. 413–432.
13. Адамян М. Н. Обратная задача восстановления растущего потенциала для радиального уравнения Шрёдингера.—Теор. и мат. физ., 1981, т. 48, № 1.
14. Шабат А. Б. Одномерные возмущения дифференциального оператора и обратная задача рассеяния. В сб: Задачи механики и математической физики. М.: Наука, 1976.
15. Шадан К., Сабатье П. Обратные задачи в квантовой теории рассеяния. М.: Мир, 1981.
16. Герджиков В. С., Кулиш П. П. Вывод преобразования Беклунда в формализме обратной задачи рассеяния.—Теор. и мат. физ., 1979, т. 39, № 1, с. 69—74.
17. Кангужин Б. Е. Теоремы единственности обратных задач спектрального анализа для дифференциальных операторов с нераспадающимися краевыми условиями.—Деп. в ВИНИТИ АН СССР, 1983, № 556—83.
18. Гасымов М. Г., Левитан Б. М. Обратная задача для системы Дирака.—ДАН СССР, 1966, т. 167, № 5, с. 967—970.

Տ. Ն. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ՄԱՍԱՄԲ ՏՎԱԾ ՍՊԵԿՏՐՈՎ ԴԻՐԱԿԻ ԿԱՆՈՆԻԿ ՕՊԵՐԱՏՈՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ամփոփում

Աշխատանքում ապացուցվում է, որ եթե կիսառանցքի վրա տված Դիրակի ինքնահամալուծ կանոնիկ օպերատորի սպեկտրալ ֆունկցիան գրգռենք վերջավոր թվով կետերում, ապա նա կմնա սպեկտրալ։ Գտնված է գրգռված օպերատորի պոտենցիալի բացահայտ տեսքը։