ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2, 1983 Естественные науки

Математика

УДК 514.75

В. А. НЕРСЕСЯН

О НЕКОТОРЫХ ДОПУСТИМЫХ КОМПЛЕКСАХ ДВУМЕРНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА P^6

Посвящается проф. Васильеву А. М. в связи с его 60-летием

Пусть $\mathbf{P}^n$—n-мерное проективное пространство. K—комплекс двумерных плоскостей h пространства $\mathbf{P}^n(\dim K=n)$. Пусть $\mathbf{K}_Q$ —четырехмерный конус, образованный двумерными плоскостями, проходящими через неособую точку $Q\in\mathbf{P}^n$. В любой точке $P\in h$ $(P\neq Q)$ касательная плоскость к конусу K_Q зависит, вообще говоря, от направляющего вектора $\overrightarrow{QP}$. Обозначим эту касательную плоскость через $\pi(Q;\ P;\ h)$. Интерес представляют такие комплексы двумерных плоскостей, для которых плоскости $\pi(Q;\ P;\ h)$ не зависят от выбора неособых точек Q и P, а зависят лишь от плоскости h. Такие комплексы названы допустимыми.

Пусть K—допустимый комплекс в $\mathbf{P}^6$. Плоскости $\pi(Q;\ P;\ h)$ обозначим через $\pi(h)$ и назовем касательными к комплексу K вдоль плоскости h. Семейство π касательных плоскостей $\pi(h)$ зависит от r параметров, где $2\leqslant r\leqslant 6$. Имеется полное геометрическое описание классов $r=2$ и $r=5$. В работе рассматриваются новые допустимые комплексы двумерных плоскостей при $r=3$ и $r=4$. Эти комплексы ,вместе с имеющимися ранее комплексами, исчерпывают геометрическое описание классов $r=3$ и $r=4$.

1. Пусть $\mathbf{P}^n$—n-мерное проективное пространство, K—комплекс двумерных плоскостей h пространства $\mathbf{P}^n(\dim K=n)$. Точку $Q\in\mathbf{P}^n$ назовем неособой точкой, если через нее проходит двупараметрическое семейство плоскостей комплекса K. Пусть K_Q—четырехмерный конус, образованный двумерными плоскостями, проходящими через неособую точку $Q\in\mathbf{P}^n$. В любой точке $P\in h$ $(P\neq Q)$ касательная плоскость к конусу K_Q зависит, вообще говоря, от направляющего вектора $\overrightarrow{QP}$. Обозначим эту касательную плоскость через $\pi(Q,\ P,\ h)$. В работе [1] изучены комплексы двумерных плоскостей, у которых плоскости $\pi(Q;\ P;\ h)$ не зависят от выбора неособых точек Q и P, а зависят лишь от плоскости h. Приведем основное определение.

Определение. Комплекс K двумерных плоскостей h называется допустимым, если для всех неособых точек $Q\in\mathbf{P}^n$ и плоскостей $h\in K$ $(Q\in h)$ касательная плоскость в любой неособой точке к конусу K_Q, содержащая h, определена единственным образом и зависит только от h.

В работе [1] дано полное геометрическое описание допустимых комплексов двумерных плоскостей пространства R^5.

В работе [2] изучены некоторые классы допустимых комплексов двумерных плоскостей в R^6.

В настоящей работе продолжается описание допустимых комплексов двумерных плоскостей в пространстве P^6. Исследование ведется методом подвижного репера и внешних форм Картана [3].

2. Пусть $\{A_0, A_1, \ldots, A_6\}$—проективный репер в пространстве P^6. Как известно, уравнения инфинитезимального перемещения репера в P^6 имеют вид

$$dA_i = \omega_i^j A_j, \quad i, j, l = 0, \ldots, 6,$$

где формы ω_i^j удовлетворяют структурным уравнениям

$$d\omega_i^j = \omega_i^l \wedge \omega_l^j.$$

Присоединим к каждой плоскости $h \in H_{2,n}$ семейство реперов так, чтобы A_0, $A_N \in h$, $N=1, 2$. Главными на семействе плоскостей h являются формы

$$\omega_0^3,\ \omega_N^3,\ \omega_0^4,\ \omega_N^4,\ \omega_0^\alpha,\ \omega_N^\alpha, \quad \beta, \alpha = 5, 6.$$

Пусть $\pi(Q; P; h)$—касательная плоскость в точке $P \in h$ к конусу K_Q. Присоединим к четырехмерным плоскостям $\pi(Q; P; h)$ семейство реперов так, чтобы точки A_0, $A_\xi \in \pi(Q; P; h)$, $\xi=1, 2, 3, 4$. Тогда главными формами на семействе четырехмерных плоскостей будут формы ω_0^α, ω_ξ^α. Как известно, аналитическим признаком допустимости комплекса K является выполнение уравнений

$$\omega_N^\alpha = A_{N\beta}^\alpha \omega_0^\beta \tag{1}$$

в окрестности всякой нефокальной, неособой точки (см. [1]).

Пусть K—допустимый комплекс. Плоскости $\pi(Q; P; h)$ обозначим через $\pi(h)$ и назовем касательными к комплексу K вдоль плоскости h. На семействе π касательных плоскостей $\pi(h)$ главными будут формы

$$\omega_0^5,\ \omega_0^6,\ \omega_3^5,\ \omega_3^6,\ \omega_4^5,\ \omega_4^6. \tag{2}$$

Значит, семейство π зависит от r параметров, где $2 \leqslant r \leqslant 6$. Полное геометрическое описание классов $r=5$ и $r=2$ дано в работе [2]. В этой работе рассматриваются новые допустимые комплексы двумерных плоскостей при $r=3$ и $r=4$. Эти комплексы вместе с имеющимися ранее комплексами исчерпывают геометрическое описание классов $r=3$ и $r=4$ (см. также [2]).

I. Пусть $r=3$. Так как мы рассматриваем окрестность нефокальной точки, то формы ω_0^5, ω_0^6 линейно независимые. На семействе π базисом форм можно считать формы

$$\omega_0^5,\ \omega_0^6,\ \omega_4^5. \tag{3}$$

Для остальных форм из (2) будем иметь следующие разложения:

$$\begin{cases} \omega_3^5 = B_3^5 \omega_4^5 + A_{35}^5 \omega_0^5 + A_{36}^5 \omega_0^6, \\ \omega_3^6 = B_3^6 \omega_4^5 + A_{35}^6 \omega_0^5 + A_{36}^6 \omega_0^6, \\ \omega_4^6 = B_4^6 \omega_4^5 + A_{45}^6 \omega_0^5 + A_{46}^6 \omega_0^6. \end{cases} \tag{4}$$

Кроме уравнений (4), на комплексе K выполняются также уравнения (1). Дифференцируя уравнения (1) и (4) внешним образом, заметим, что за счет канонизации репера можно коэффициенты A^6_{N6}, A^6_{36}, A^6_{46}, B^5_3, B^6_4 привести к нулю. Тогда уравнения (1) и (4) примут вид

$$\begin{cases} \omega^5_N = A^5_{N\alpha}\omega^\alpha_0, \quad \omega^5_3 = A^5_{35}\omega^5_0 + A^5_{36}\omega^6_0, \\ \omega^6_N = A^6_{N5}\omega^5_0, \quad \omega^6_3 = B^6_3\omega^5_4 + A^6_{35}\omega^5_0, \quad \omega^6_4 = A^6_{45}\omega^5_0. \end{cases} \tag{5}$$

Дифференцируя уравнения (5) внешним образом, получим, что формы

$$\omega^4_N - A^5_{N5}\omega^4_0 - A^5_{N6}B^6_3\omega^3_0, \qquad B^6_3\omega^3_N - A^6_{N5}\omega^4_0$$

выражаются через формы (3). Если $B^6_3 \neq 0$, то получим $\dim K < 6$. Значит, надо положить $B^6_3 = 0$. Учитывая это, а также результат дифференцирования уравнений (5), мы убедимся, что формы

$$\omega^4_N - A^5_{N5}\omega^4_0, \quad A^6_{N5}\omega^4_0, \quad \omega^5_N, \quad \omega^6_N,$$

$$\omega^4_3 - A^5_{35}\omega^4_0, \quad A^6_{35}\omega^4_0, \quad \omega^5_3, \quad \omega^6_3$$

главные на семействе π. При $|A^6_{15}| + |A^6_{25}| + |A^6_{35}| > 0$ мы имеем ранее изученный нами случай (см. теорему 2 в [2]): пространство P^6 локально расслаивается на трехпараметрическое семейство трехмерных плоскостей E^3, а допустимый комплекс образован всеми двумерными плоскостями, лежащими в плоскостях E^3. Положим в уравнениях (5) $B^6_3 = 0$, $A^6_{N5} = A^6_{35} = 0$. Детальное исследование показывает, что при $A^6_{45} \neq 0$ мы имеем прежний случай. Положим $A^6_{45} = 0$. Тогда мы имеем уравнения

$$\omega^6_N = 0, \quad \omega^6_3 = 0, \quad \omega^6_4 = 0. \tag{6}$$

Дифференцируя последнее уравнение из (6) внешним образом, найдем, что

$$\omega^6_5 = p\omega^5_4 + q\omega^6_0, \quad \omega^0_4 = -q\omega^5_4 + s\omega^6_0.$$

Пусть $p=0$. Тогда уравнения (6) и $\omega^6_5 = q\omega^6_0$ показывают, что в P^6 имеем однопараметрическое семейство гиперплоскостей E^5, натянутых на точки A_0, A_ξ, A_5. Допустимый комплекс двумерных плоскостей в P^6 — это допустимый комплекс двумерных плоскостей в каждой плоскости E^5 с двупараметрическим семейством π. Описание допустимых комплексов двумерных плоскостей в E^5 с $\dim\pi = 2$ дано в работе [1].

Рассмотрим случай, когда $p \neq 0$. Тогда имеем, что

$$\begin{cases} \omega^5_N = A^5_{N5}\omega^5_0 + A^5_{N6}\omega^6_0, \quad \omega^6_N = 0, \quad \omega^6_4 = 0, \\ \omega^5_3 = A^5_{35}\omega^5_0 + A^5_{36}\omega^6_0, \quad \omega^6_3 = 0, \quad \omega^6_5 = p\omega^5_4 + q\omega^6_0. \end{cases} \tag{7}$$

Уравнения (7) показывают, что имеем двупараметрическое семейство гиперплоскостей E^5, натянутых на точки A_0, A_ξ, A_5. Независимыми формами на этом семействе являются формы ω^6_0, ω^5_4. Дифференцируя уравнения (6) внешним образом и подставляя значения (7), получим, что

$$\begin{cases} A^6_{N5} = 0, \quad \omega^0_N = pA^5_{N6}\omega^5_4 + s_N\omega^6_0, \\ A^5_{35} = 0, \quad \omega^0_3 = pA^5_{36}\omega^5_4 + s_3\omega^6_0. \end{cases} \tag{8}$$

Найдем характеристики семейства гиперплоскостей E^5. Пусть $P=x^0A_0+$ $+x^\xi A_\xi+x^5A_5$—произвольная точка на E^5. Так как $dP\in E^5$, следовательно, $x^0\omega_0^6+x^5(p\omega_4^5+q\omega_0^6)=0$. Значит, $x^0=0$, $x^5=0$.

Итак, характеристики семейства гиперплоскостей E^5—это трехмерные плоскости σ, натянутые на точки A_N, A_3, A_4. Плоскости семейства π в каждой гиперплоскости E^5 образуют пучок четырехмерных плоскостей, содержащих эту характеристическую плоскость σ. Если искать точки пересечения плоскости σ с бесконечно-близкой, получим

$$x^N\omega_N^0+x^3\omega_3^0+x^4\omega_4^0=0,\quad x^N\omega_N^5+x^3\omega_3^5+x^4\omega_4^5=0.$$

Подставляя в эти уравнения значения (7) и (8), найдем

$$\begin{cases}(s_Nx^N+s_3x^3+sx^4)\omega_0^6+[p(A_{N6}^5x^N+A_{36}^5x^3)-qx^4]\omega_4^5=0,\\ (A_{N6}^5x^N+A_{36}^5x^3)\omega_0^6+x^4\omega_4^5=0.\end{cases}$$

При смещении в направлении $\omega_0^6=\lambda\omega_4^5$ будем иметь прямую пересечения

$$\begin{cases}x^4+\lambda(A_{N6}^5x^N+A_{36}^5x^3)=0,\\ [p(A_{N6}^5x^N+A_{36}^5x^3)-qx^4]+\lambda(s_Nx^N+s_3x^3+sx^4)=0\cdot\end{cases}$$

Исключая из этих уравнений λ, получим ,что эти прямые образуют конус второго порядка T:

$$x^4(s_Nx^N+s_3x^3+sx^4)-qx^4(A_{N6}^5x^N+A_{36}^5x^3)-(A_{N6}^5x^N+A_{36}^5x^3)^2=0 \qquad (9)$$

с вершиной в точке

$$x^4=0,\quad A_{N6}^5x^N+A_{36}^5x^3=0,\quad s_Nx^N+s_3x^3=0.$$

Двумерная плоскость комплекса K определена точками A_0, A_N и пересекает трехмерную плоскость σ по прямой (A_1, A_2), т. е. $x^3=0$, $x^4=0$. Подставляя это в уравнения (9), получим, что прямая (A_1, A_2) касается конуса T в точке, для которой $A_{N6}^5x^N=0$. Заметим, что образующая

$$x^3=0,\quad x^4=0,\quad A_{N6}^5x^N=0$$

конуса T получается как пересечение σ с бесконечно-близкой при смещении $\lambda=0$, т. е. $\omega_0^6=0$, а наша двумерная плоскость принадлежит четырехмерной плоскости семейства π, натянутой на точки A_0, A_ξ и являющейся пересечением гиперплоскости E^5 с бесконечно-близкой гиперплоскостью также при смещении $\omega_0^6=0$ $(\lambda=0)$.

Назовем четырехмерную плоскость $E^4\in E^5$ и образующую конуса T, получающуюся при одном и том же бесконечно-близком смещении $\omega_0^6=$ $=\lambda\omega_4^5$, соответствующими.

Таким образом, допустимый комплекс K состоит из двумерных плоскостей, пересекающих характеристические трехмерные плоскости σ по прямым, касающимся конуса T, и лежащих в четырехмерных плоскостях семейства π, соответствующих образующим конуса, содержащим точку касания. Покажем, что таким образом полученный комплекс допустимый, т. е. покажем, что двупараметрическое семейство гиперплоскостей действительно в общем случае определяет допустимый комплекс.

Итак, пусть в проективном пространстве P^6 задано произвольное двупараметрическое семейство гиперплоскостей E^5, натянутое на точки A_0, A_ξ, A_5. Это семейство обладает трехмерной характеристикой σ в каждой гиперплоскости E^5. Канонизируем репер таким образом, чтобы точки A_ξ лежали в плоскости σ. Тогда формы ω_0^6, ω_5^6 будут главными на семействе гиперплоскостей, и на этом семействе выполняются уравнения

$$\omega_N^6=0, \quad \omega_3^6=0, \quad \omega_4^6=0. \tag{10}$$

Дифференцируя уравнения (10) внешним образом и раскрывая по лемме Картана, получим, что

$$\begin{cases} \omega_\xi^0=s_\xi\omega_0^6+A_{\xi6}^5\omega_5^6, \\ \omega_\xi^5=A_{\xi6}^5\omega_0^6+B_\xi\omega_5^6. \end{cases} \tag{11}$$

Обозначим через π семейство четырехмерных плоскостей, проходящих через точки A_0, A_ξ. Если $B_\xi=0$, то имеем двупараметрическое семейство π четырехмерных плоскостей (A_0, A_ξ). Значит, $\sum_\xi|B_\xi|>0$. Тогда независимыми на семействе π можно считать формы ω_0^5, ω_0^6, ω_5^6, а на семействе гиперплоскостей—ω_0^6, ω_5^6.

Дифференцируя уравнения

$$\omega_\xi^5=A_{\xi6}^5\omega_0^6+B_\xi\omega_5^6$$

внешним образом и подставляя значения (11), получим, что

$$\Delta B_\xi\wedge\omega_5^6+\Delta A_{\xi6}^5\wedge\omega_0^6=0,$$

где

$$\Delta B_\xi=-dB_\xi+B_\xi(\omega_6^6-2\omega_5^5)-2A_{\xi6}^5\omega_0^5+B_\eta\omega_\xi^\eta, \quad \eta=\overline{1,4},$$

$$\Delta A_{\xi6}^5=-dA_{\xi6}^5-B_\xi\omega_0^5-A_{\xi6}^5(\omega_0^0-\omega_6^6+\omega_5^5)-s_\xi\omega_0^5+A_{\eta6}^5\omega_\xi^\eta.$$

Из выражений для форм ΔB_ξ видно, что можно канонизировать репер так, чтобы $B_4\neq0$, а $B_N=B_3=0$. Тогда формы ω_N^4 и ω_N^3 станут главными на семействе гиперплоскостей E^5. Уравнения (10) и (11) примут вид

$$\begin{cases} \omega_N^5=A_{N6}^5\,\omega_0^6, \quad \omega_3^5=A_{36}^5\omega_0^6, \quad \omega_4^5=A_{46}^5\omega_0^6+B_4\omega_5^6, \\ \omega_N^6=0, \quad \omega_3^6=0, \quad \omega_4^6=0, \quad \omega_\xi^0=s_\xi\omega_0^6+A_{\xi6}^5\omega_5^6. \end{cases}$$

Эти уравнения показывают, что комплекс двумерных плоскостей, натянутых на точки A_0, A_N,—допустимый. С другой стороны, они равносильны имеющимся уравнениям (7), а значит имеют вышеизложенное геометрическое описание. Совокупность всех таких плоскостей для данного двупараметрического семейства гиперплоскостей зависит от семи параметров. В качестве допустимого комплекса можно взять его произвольное шестимерное подсемейство.

Итак, мы пришли к следующей теореме.

Теорема 1. Пусть семейсто π четырехмерных плоскостей $\pi(h)$ зависит от трех параметров. Тогда следующие комплексы двумерных плоскостей в P^6 будут допустимыми:

а) в пространстве P^6 имеется однопараметрическое семейство гиперплоскостей E^5, а допустимый комплекс в P^6—это допустимые комплексы в каждой плоскости E^5, где семейство π зависит от двух параметров;

б) в пространстве P^6 имеется двупараметрическое семейство гиперплоскостей E^5 с трехмерными характеристиками σ и характеристическим конусом второго порядка $T \subset \sigma$ (образующими конуса являются прямые пересечения σ с бесконечно-близкими характеристиками). Допустимым комплексом двумерных плоскостей является произвольное шестипараметрическое семейство двумерных плоскостей в семипараметрическом семействе двумерных плоскостей, принадлежащих двупараметрическому семейству гиперплоскостей E^5, пересекающих характеристические трехмерные плоскости σ по прямым, касающимся конуса T и лежащих в четырехмерных плоскостях семейства π, принадлежащих E^5 и соответствующих образующим конуса, содержащим точку касания.

II. Пусть $r=4$. На комплексе K выполняются уравнения (1). В работе [2] неизученным остался случай, когда уравнения комплекса K имеют вид

$$\omega_N^5=A_{N\alpha}^5\omega_0^\alpha, \quad \omega_N^6=A_{N\alpha}^6\omega_0^\alpha, \quad \omega_3^6=l\omega_3^5+p_{3\alpha}^6\omega_0^\alpha, \quad \omega_4^6=m\omega_4^5+p_{4\alpha}^6\omega_0^\alpha. \tag{12}$$

Дифференцируя уравнения (12) внешним образом, мы заметим, что для выполнения $\dim K=6$ надо, чтобы $l=m$. Можно репер канонизировать так, чтобы $l=0$.

Тогда уравнения (12) примут вид

$$\omega_N^\alpha=A_{N\beta}^\alpha\omega_0^\beta, \quad \omega_3^6=p_{3\alpha}^6\omega_0^\alpha, \quad \omega_4^6=p_{4\alpha}^6\omega_0^\alpha. \tag{13}$$

Дифференцируя теперь уравнения (13) внешним образом, мы заметим, что главными на семействе π стали формы

$$\omega_N^3-A_{N5}^5\omega_0^3, \quad \omega_N^4-A_{N5}^5\omega_0^4, \quad -A_{N5}^6\omega_0^3, \quad -A_{N6}^6\omega_0^4.$$

Если $A_{N5}^6\neq 0$, то формы ω_0^3, ω_N^3, ω_0^4, ω_N^4 станут главными на семействе π. Это противоречит тому, что $\dim K=6$. Итак, $A_{N5}^6=0$. Из результата дифференцирования форм ω_N^6, ω_3^6, ω_4^6 мы получим, что формы

$$p_{35}^6(\omega_N^3-A_{N6}^6\omega_0^3)+p_{45}^6(\omega_N^4-A_{N6}^6\omega_0^4)+(A_{N6}^6-A_{N5}^5)\omega_5^6,$$

$$\omega_5^6+p_{35}^6\omega_0^3, \quad p_{35}^6\omega_0^4, \quad p_{45}^6\omega_0^3, \quad p_{45}^6\omega_0^4, \quad p_{45}^6\omega_0^4+\omega_5^6$$

тоже главные на семействе π. Если хотя бы один из коэффициентов p_{35}^6 или p_{45}^6 будет отличен от нуля, то формы ω_0^3, ω_0^4, ω_N^3, ω_N^4 станут главными на семействе π. Значит, надо положить $p_{35}^6=p_{45}^6=0$. Дифференцируя формы ω_3^6 и ω_4^6 внешним образом, получим, что форма $\omega_5^6=a\omega_0^5+$ $+b\omega_0^6$.

Дифференцируя форму ω_5^6 внешним образом, мы в частности обнаружим, что формы $a\omega_0^3$, $a\omega_0^4$ главные на семействе π. Т. к. $\dim K=6$, то надо положить $a=0$.

Итак, на комплексе K выполняются уравнения

$$\left\{\begin{aligned} &\omega_N^5=A_{N\alpha}^5\omega_0^\alpha, \quad \omega_N^6=A_{N6}^6\omega_0^6, \quad \omega_3^6=p_{36}^6\omega_0^6,\\ &\omega_4^6=p_{46}^6\omega_0^6, \quad \omega_5^6=b\omega_0^6.\end{aligned}\right. \tag{14}$$

Уравнения (14) показывают, что уравнение $\omega_0^6=0$ вполне интегрируемое. Значит, пространство P^6 локально расслаивается на однопараметрическое семейство гиперплоскостей E^5, натянутых на точки A_0, A_5, A_6. В каждой гиперплоскости E^5 семейство π будет зависеть от трех параметров. В качестве допустимого комплекса K в P^6 можно взять допустимый комплекс двумерных плоскостей в каждой плоскости семейства гиперплоскостей E^5. Геометрически они описаны в работе [1].

Итак, мы получили следующую теорему.

Теорема 2. Пусть семейство π касательных плоскостей $\pi(h)$ зависит от четырех параметров и пусть P^6 локально расслаивается на однопараметрическое семейство пятимерных плоскостей E^5, в каждой из которых семейство π зависит от трех параметров. Тогда допустимые комплексы двумерных плоскостей пространств E^5 с трехпараметрическим семейством π касательных гиперплоскостей $\pi(h)$ образуют допустимый комплекс двумерных плоскостей пространства P^6.

Кафедра высшей алгебры и геометрии *Поступила 17.12.1982*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нерсесян В. А.** Классификация допустимых комплексов двумерных плоскостей в R^5.—ДАН Арм. ССР, 1980, т. 70, № 3.
2. **Нерсесян В. А.** Некоторые классы допустимых комплексов двумерных плоскостей в R^5.—Ученые записки ЕГУ, 1981, № 1, (146).
3 **Фиников С. П.** Метод внешних форм Картана. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948.

Վ. Ա. ՆԵՐՍԵՍՅԱՆ

P^6 ՊՐՈՅԵԿՏԻՎ ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ԵՐԿՉԱՓ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄԻ ՔԱՆԻ ԹՈՒՅԼԱՏՐԵԼԻ ԿՈՄՊԼԵՔՍՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիցուք $H_{2,n}$*-ը երկչափ հարթությունների դիֆերենցելի բազմաձևությունն է* P^n*-ում,* $K \subset H_{2,n}$*-ն* n*—չափանի կոմպլեքս է* $H_{2,n}$*-ում,* K_Q*-ն քառաչափ կոն է, որի ծնիչները* $Q \in P^n$ *կետով անցնող երկչափ հարթություններն են,* $\pi(P; Q; h)$*-ն* K_Q *կոնին* $P \in h$ *կետում* $(P \neq Q)$ *շոշափող հարթությունն է։*

Ս ա հ մ ա ն ո ւ մ.— K *կոմպլեքսը կոչվում է թույլատրելի, եթե բոլոր ոչ եզակի* $Q \in P^n$ *կետերի և* $h \in K (Q \in h)$ *հարթությունների համար* $\pi(P; Q; h)$ *հարթությունները որոշված են և կախված են միայն* h*-ից։*

Երբ $n=6$*, ապա* $\pi(h)$ *հարթությունների ընտանիքը կախված է* r *պարամետրերից, որտեղ* $2 \leqslant r \leqslant 6$:

[2]*-ում տրված են երկչափ հարթությունների թույլատրելի կոմպլեքսների լրիվ նկարագրերը* $r=2$ *և* $r=5$ *դեպքերում, ինչպես նաև որոշ թույլատրելի կոմպլեքսներ* $r=3$ *և* $r=4$ *դեպքերում։*

Այս աշխատանքում ավարտվում են $r=3$ *և* $r=4$ *դասերի լրիվ երկրաչափական նկարագրերը։*