Նամակ Письмо

ԽՄԲԱԳՐՈՒԹՅԱՆԸ • В РЕДАКЦИЮ

УДК 517.52

О ПЕРЕСТАНОВКАХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Ортонормированная на [0,1] система функций $\{\varphi_n\}$ называется системой сходимости, если ряд $\Sigma c_k \varphi_k$ сходится п. в. лишь только $\{c_k\} \in l^2$. Хорошо известен результат Ульянова-Олевского, что любую полную ортонормированную систему можно переставить так, чтобы переставленная система перестала быть системой сходимости. В связи с этим А. М. Олевским был поставлен вопрос: описать все перестановки, инвариантно действующие в классе всех систем сходимости.

Прежде чем сформулировать ответ на эту задачу, дадим определение перестановок двух типов:

а) **перестановка π** называется слабой, если существует разбиение множества натуральных чисел на конечное число возрастающих последовательностей $\{n^i_k\}_{k=1}^{\infty}$ $(i=1, \cdots, p)$ такое, что для любого i последовательность $\{\pi(n^i_k)\}_{k=1}^{\infty}$ возрастающая;

б) перестановку назовем перестановкой типа ρ, если она имеет вид

$$\rho(n)=\begin{cases} n_{2i-1}+n^{2i}-n & \text{при } n_{2i-1}<n\leqslant n_{2i}, \\ n & \text{при } n_{2i}<n<n_{2i+1} \ (i=1, 2, \ldots), \end{cases}$$

где $\{n_i\}$—произвольная возрастающая последовательность натуральных чисел.

Пусть M—минимальная подгруппа перестановок, порожденная слабыми перестановками и перестановками типа ρ.

Теорема 1. Если $\sigma \in M$, то для любой системы сходимости $\{\varphi_n\}$ система $\{\varphi_{\sigma(n)}\}$ также является системой сходимости.

2. Если $\sigma \overline{\in} M$, то существуют система сходимости $\{\Phi_n\}$ и последовательность $\{c_k\} \in l^2$ такие, что $\sum c_k \Phi_{\sigma(k)}$ расходится п. в.

Слабые перестановки и перестановки тира ρ ранее рассматривались в работах П. Л. Ульянова и Р. И. Овсепяна.

А. В. БАХШЕЦЯН

Кафедра математического анализа

Поступило 2.02.1987