ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1,1991 Естественные науки

Математика

УДК 519.217

А.Х.СИМОНЯН, В.Р.ФАТАЛОВ

КВАНТОВАНИЕ ПО ВРЕМЕНИ РЕАЛИЗАЦИЙ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ГАУССОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

В работе предложены алгоритмы приближения для двух классов стационарных гауссовских процессов с траекториями, дифференцируемыми соответственно ровно один и ровно два раза. В обоих случаях выписаны асимптотические формулы для приближающих процессов регрессий и дисперсий процессов уклонения. На основе полученных результатов даются рекомендации о выборе оптимального шага квантования (приближения).

В статье [I] обстоятельно изучен вопрос о выборе шага квантования по времени непрерывных, но недифференцируемых в среднем квадратическом (ср.кв.) реализаций стационарного гауссовского процесса, корреляционная функция которого при $t\to 0$ имеет вид

$$r(t) = 1 - |t|^{\alpha} + o(|t|^{\alpha}),\ 0<\alpha<2. \qquad (1)$$

Настоящая работа продолжает исследования в этом направлении для классов C^m стационарных гауссовских процессов $\xi(t)$ с корреляционной функцией

$$r_m(t) = \sum_{i=0}^{m} (-1)^i \frac{\lambda_{2i}}{(2i)!}|t|^{2i} + |t|^{2m+\alpha}(1+o(1)),\ t\to 0,\ 0<\alpha<2, \qquad (2)$$

где $m=1,2,3,\ldots,\lambda_i=\int_0^\infty \lambda^i dF(\lambda)$ — i-ый спектральный момент, для простоты изложения считаем $E\xi(t)=0$, $\lambda_0=D\xi(t)=1$.

Процессы с такой корреляционной функцией дифференцируемы в ср.кв. ровно m раз (недифференцируемы $m+1$ раз), в случае $m=0$ (2) совпадает с (1). Мы подробно рассмотрим здесь приближение процессов из классов C^1 и C^2 и ограничимся несколькими замечаниями о процессах из классов C^m, $m\geqslant 3$.

Напомним некоторые положения и результаты работы [I].

Пусть $[0,T]$ — интервал наблюдения реализации случайного процесса $\xi(t)$. Квантованием по времени называется переход от непрерывного наблюдения реализации $\xi(t)$ к последовательности ее значений $\xi(t_k)$ в моменты t_k, называемые узлами. Необходимость в операции квантования возникает во многих задачах, связанных со сбором и обработкой эмпирических данных при помощи ЭВМ. Коль скоро имеются снятые квантованные данные, возникает необходимость восстановления исходной реализации с помощью некоторого алгоритма интерполяции. В силу стационарности процесса $\xi(t)$ достаточно рассмотреть интерполяцию на интервале $(0,h)$ с учетом того, что в узлах $t_k = kh$, $k=0,\pm1,\dots,\pm(n-1),n$, значения процесса $\xi(t)$ известны; здесь $h>0$ – шаг квантования. В качестве алгоритма приближения Λ_n резонно взять алгоритм, заключающийся в интерполяции процесса $\xi(t)$, $t\in(0,h)$ процессом

$$\hat{\xi}_n(t) = E\{\xi(t)/\xi(kh),\ k=0,\pm1,\dots,\pm(n-1),n\} \qquad (3)$$

– регрессией $\xi(t)$ относительно всех квантованных данных, так как известно [2,3], что в классе интерполирующих процессов $\hat{\eta}(t)$, удовлетворяющих требованию несмещенности $E(\xi(t)-\hat{\eta}(t))=0$, минимум дисперсии ошибки уклонения дает именно условное среднее $\hat{\xi}(t)$.

Один из основных вопросов теории квантования заключается в выборе наиболее оптимального в том или ином смысле значения n с тем,чтобы аппроксимирующий процесс $\hat{\xi}_n(t)$ приближал $\xi(t)$ достаточно точно, но в то же время чтобы n не было слишком большим – иначе возникают значительные сложности в вычислениях. В данной работе, как и в [I], точность выбранного алгоритма приближения Λ_n исследуется на основе изменения дисперсии ошибок уклонения

$$\sigma_n^2(t) = E\{(\xi(t)-\hat{\xi}_n(t))^2/\xi(kh),\ k=0,\pm1,\dots,\pm(n-1),n\}, \qquad (4)$$

которая, очевидно,убывает с ростом n. Для процессов из класса C^0, как показано в [I], оптимальным является алгоритм Λ_1, оптимальным в том смысле, что привлечение большего, чем два ближайших к моменту времени интерполяции значения квантованной реализации, увеличивает точность приближения (т.е. уменьшает величину $\sigma_n^2(t)$) крайне незначительно. Из приведенных ниже результатов будет видно, что для процессов из классов C^1, C^2 оптимальными являются алгоритмы Λ_2, Λ_3 соответственно.

Перейдем к точным формулировкам полученных результатов.

Т е о р е м а 1. Пусть $\xi(t)$ *– гауссовский процесс с ковариационной функцией (2) с* $m=1$, $t=hu$, $0<u<1$, $h\to0$.

(i) *Приближающий процесс регрессии удовлетворяет соотношению*

$$\hat{\xi}_n(t) = \Xi_n(1+o(1)),$$

где $\Xi_1=(1-u)x_0+ux_1$, $x_k=\xi(kh)$, $k=0,\pm1,\dots,\pm(n-1),n$,

$$\Xi_n = \det C_{2n-1}(\det A_{2n-2})^{-1},\quad n=2,3,\dots,$$

$A_{2n-2}=\|a_{ij}\|$ *– симметричная матрица порядка* $(2n-2)\times(2n-2)$ *с элементами* $a_{ij} = 6|i-j|^{2+\alpha} - 4|i-j+1|^{2+\alpha} - 4|i-j-1|^{2+\alpha} + |i-j+2|^{2+\alpha} + |i-j-2|^{2+\alpha}$, $i,j=1,2,\dots,2n-2$,

$$C_{2n-1} = \begin{Vmatrix} A_{2n-2} & b \\ y & y_{2n-1} \end{Vmatrix}$$

$b=(b_1,\dots,b_{2n-2})'$ *– вектор-столбец размерности* $2n-2$ *с элементами* $b_i = (3u-3n+1)|2n-i-2|^{2+\alpha} + (n-u)|2n-i-3|^{2+\alpha} + (u-n+1)|2n-i|^{2+\alpha} + (3n-3u-2)|2n-i-1|^{2+\alpha} + 2|n+u-i-1|^{2+\alpha} - |n+u-i-2|^{2+\alpha} - |n+u-i|^{2+\alpha}$,

$i=1,2,\dots,2n-2$, $y=(y_1,\dots,y_{2n-2})$ — *вектор-строка размерности* $2n-2$ *с элементами* $y_i = x_{i-n} + x_{i-n+1} - 2x_{i-n+1}$, $i=1,2,\dots,2n-2$, $y_{2n-1}=$ $=(n-u)x_{n-1} -(n-u-1)x_n$.

(ii) *Для дисперсии процесса уклонения имеет место соотношение*

$$\sigma_n^2(t) = h^{2+\alpha}\Sigma_n(1+O(1)),$$

где $\Sigma_1=2u(1-u)(1-u^{1+\alpha}-(1-u)^{1+\alpha})$,

$$\Sigma_n=\det B_{2n-1}(\det A_{2n-2})^{-1},\ B_{2n-1} = \begin{Vmatrix} A_{2n-2} & b \\ b' & b_{2n-1} \end{Vmatrix},\ n=2,3,\dots,$$

b' — *транспонированный вектор*,

$$b_{2n-1}=2(n-u)(n-u-1)((n-u)^{1+\alpha} -(n-u-1)^{1+\alpha}-1).$$

Т е о р е м а 2. *Пусть* $\xi(t)$ — *гауссовский процесс с ковариационной функцией* (2) *с* $m=2$, $t=hu$, $0<u<1$, $h\to 0$.

(i) *Приближающий процесс регрессии удовлетворяет соотношению*

$$\hat{\xi}_n(t) = \Psi_n(1+O(1)),$$

где $\Psi_1=(1-u)x_0+ux_1$, $x_k=\xi(hk)$, $k=0,\pm1,\dots,\pm(n-1),n$,

$$\Psi_n= \frac{1}{2}\det D_{2n-2}(\det A_{2n-3})^{-1},\ n=2,3,\dots,$$

$A_{2n-3}=\|a_{ij}\|$ — *симметричная матрица порядка* $(2n-3)\times(2n-3)$ *с элементами*

$a_{ij} = 20|i-j|^{4+\alpha} -15|i-j+1|^{4+\alpha} -15|i-j-1|^{4+\alpha} +6|i-j+2|^{4+\alpha} +6|i-j-2|^{4+\alpha} - |i-j+3|^{4+\alpha} - |i-j-3|^{4+\alpha}$, $i,j=1,\dots,2n-3$,

$$D_{2n-2} = \begin{Vmatrix} A_{2n-3} & b \\ y & y_{2n-2} \end{Vmatrix}$$

$b=(b_1,\dots,b_{2n-3})$ — *вектор-столбец размерности* $2n-3$ *с элементами*

$b_i = 2(5(n-u)^2 -11(n-u)+3)(2n-i-2)^{4+\alpha} -2(5(n-u)^2 -9(n-u)+1)(2n-i-3)^{4+\alpha} -(5(n-u)^2 -13(n-u)+6)(2n-i-1)^{4+\alpha} + ((n-u)^2 - 3(n-u)+2)(2n-i)^{4+\alpha} +(5(n-u)^2 -7(n-u))|2n-i-4|^{4+\alpha} -((n-u)^2-(n-u))|2n-i-5|^{4+\alpha} + 2(3|n+u-i-1|^{4+\alpha} - 3|n+u-i-2|^{4+\alpha} - |n+u-i|^{4+\alpha} +|n+u-i-3|^{4+\alpha})$, $i=1,\dots,2n-3$, $y=(y_1,\dots,y_{2n-3})$ — *вектор-строка размерности* $2n-3$ *с элементами*

$y_i=3x_{i+2-n}-3x_{i+1-n}+x_{i-n}-x_{i+3-n}$, $i=1,\dots,2n-3$,

$y_{2n-2}=(n-u)(n-u-1)x_{n-2}+(n-u-1)(n-u-2)x_n-2(n-u)(n-u-2)x_{n-1}$.

(ii) *Дисперсия процесса уклонения удовлетворяет соотношению*

$$\sigma_1^2(t) = h^4S_1(1+O(1)),\ \sigma_n^2(t) = h^{4+\alpha}S_n(1+O(1)),\ n=2,3\dots,$$

где $S_1 = \frac{1}{4}u^2(1-u)^2(\lambda_4-\lambda_2^2)$, $S_n = \frac{1}{4}\det B_{2n-2}(\det A_{2n-3})^{-1}$, $n=2,3,\dots,$

$$B_{2n-2} = \begin{Vmatrix} A_{2n-3} & b \\ b' & b_{2n-2} \end{Vmatrix}$$

$b_{2n-2} = 4(n-u)(n-u-1)(n-u-2)(2(n-u-1)(2^{2+\alpha} - 1) + 2(n-u-1)^{3+\alpha} -$

$- (n-u)^{3+\alpha} - |n-u-2|^{3+\alpha}\mathrm{sign}(n-u-2))$.

Заметим, что из определения λ_i и неравенства Шварца легко следует неравенство $\lambda_4 \geqslant \lambda_2^2$.

Для доказательств теорем нам понадобится следующая удобная матричная форма записи кривой регрессии (3) и дисперсии ошибок (4), предложенная в [4]:

$$\hat{\xi}_n(t) = -\det Q_n(t,x)(\det R_n)^{-1}, \tag{5}$$

$$\sigma_n^2(t) = \det Q_n(t)(\det R_n)^{-1}, \tag{6}$$

где $R_n = \|r((i-j)h)\|$ — матрица ковариаций порядка $(2n+1)\times(2n+1)$,

$$Q_n(t,x) = \begin{Vmatrix} R_n & R_{1n}(t) \\ x & 0 \end{Vmatrix}, \quad Q_n(t) = \begin{Vmatrix} R_n & R_{1n}(t) \\ R'_{1n}(t) & 1 \end{Vmatrix},$$

$x = (x_{-(n-1)},\dots,x_0,x_1,\dots,x_n)$, $r(t-s) = E\xi(t)\xi(s)$,

$R'_{1n}(t) = (r(t+(n-1)h),\dots,r(t),r(h-t),\dots,r(nh-t))$.

Доказательство теоремы 1. Мы приведем вывод асимптотики дисперсии из пункта (ii), доказательство утверждения (i) аналогично.

Над каждым из определителей $Q_n(hu), R_n$ из формулы (6) произведем следующие преобразования, не меняющие их значений.

I-ый шаг. Вычтем из каждой строки, начиная с первой, следующую за ней строку (последняя строка останется неизменной), затем из каждого столбца, начиная с первого, вычтем следующий за ним (последний столбец не изменится).

2-ой шаг. Для определителя R_n вновь произведем почленное вычитание строк и столбцов, описанное на первом шаге, оставляя неизменными теперь две последние строки и два последних столбца. В случае определителя $Q_n(hu)$ почленное вычитание делаем для первых $2n-2$ строк, а к $(2n-1)$-ой строке прибавляем $2n$-ую строку, деленную на множитель $n-u$; последние две строки остаются прежними. Затем аналогично поступаем со столбцами.

Используя разложение (2) ковариационной функции с $m=1$, после этих преобразований получаем следующие асимптотические соотношения:

$$\det R_n = \det \left\| \begin{array}{c|cc} & c_1 & d_1 \\ h^{2+\alpha}A_{2n-2} & \cdot & \\ & d_{2n-2} & d_{2n-2} \\ \hline c_1,\dots,c_{2n-2} & c_{2n-1} & d_{2n-1} \\ d_1,\dots,d_{2n-2} & d_{2n-1} & d_{2n} \end{array} \right\| (1+o(1)),\ h\to 0,$$

где $h^{2+\alpha}A_{2n-2}$ — матрица, полученная поэлементным умножением матрицы A_{2n-2} из формулировки теоремы I на $h^{2+\alpha}$, $c_i = O(h^{2+\alpha})$, $d_i = O(h^{2+\alpha})$, $i=1,\dots,2n-2$, $c_{2n-1} = h^2\lambda_2(1+o(1))$, $d_{2n-1} = O(h^2)$, $h\to 0$, $d_{2n} = 1$.

Отсюда видно, что

$$\det R_n = \det A_{2n-2} h^{(2+\alpha)(2n-2)+2} \lambda_2 (1+o(1)),\ h\to 0. \qquad (7)$$

Аналогичное асимптотическое равенство имеет место и для $Q_n(hu)$:

$$\det Q_n(hu) = \det \left\| \begin{array}{c|cc} h^{2+\alpha} B_{2n-1} & \begin{matrix}\tilde c_1 \\ \vdots \\ \tilde c_{2n-1}\end{matrix} & \begin{matrix}\tilde d_1 \\ \vdots \\ \tilde d_{2n-1}\end{matrix} \\ \hline \tilde c_1,\dots,\tilde c_{2n-1} & \tilde c_{2n} & \tilde d_{2n} \\ \tilde d_1,\dots,\tilde d_{2n-1} & \tilde d_{2n} & \tilde d_{2n+1} \end{array} \right\|,$$

где $h^{2+\alpha}B_{2n-1}$ – матрица из формулировки теоремы I, умноженная поэлементно на $h^{2+\alpha}$, $\tilde c_i = O(h^{2+\alpha})$, $\tilde d_i = O(h^2)$, $i=1,\dots,2n-1$, $\tilde d_{2n} = O(h^2)$, $\tilde c_{2n} = \lambda_2 h^2 (1+o(1))$; появляющийся здесь множитель $(n-u)^2$ для удобства записи внесен по частям в последнюю строку и в последний столбец матрицы B_{2n-1}, $\tilde d_{2n+1}=1$. Следовательно,

$$\det Q_n(hu) = \det B_{2n-1} h^{(2+\alpha)(2n-1)+2} \lambda_2 (1+o(1)),\ h\to 0 \qquad (8)$$

Соотношения (6),(7),(8) доказывают теорему I при $n\geqslant 2$. Случай $n=1$ легко рассматривается непосредственно.

Доказательство теоремы 2. Вновь ограничимся выводом утверждения (ii). Этот вывод включает преобразования определителей R_n, $Q_n(hu)$, описанные в первых двух шагах доказательства пункта (ii) теоремы I. Однако теперь этих двух шагов уже не достаточно для выделения главных членов асимптотик при $h\to 0$. Необходим

3-ий шаг. В случае с R_n аналогично предыдущим шагам вычтем почленно, начиная с первой, последовательные строки и столбцы определителя, полученного после второго шага, оставляя нетронутыми последние три строки и три столбца соответственно. Для $Q_n(hu)$ почленное вычитание делаем только для первых $(2n-3)$-х, строк, к $(2n-2)$-ой строке прибавляем $(2n-1)$-ую строку, умноженную на $2/(n-u-1)$; последние три строки не меняются; затем то же самое делаем со столбцами. Пользуясь разложением (2) ковариационной функции с $m=2$ в результате шагов 1-3 получаем следующие асимптотические равенства (величины $c_i, d_i, \tilde c_i, \tilde d_i$ иные, нежели в доказательстве теоремы I):

$$\det R_n = \det \left\| \begin{array}{c|ccc} h^{4+\alpha} A_{2n-3} & \begin{matrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{2n-3}\end{matrix} & \begin{matrix} d_1 \\ \\ d_{2n-3}\end{matrix} & \begin{matrix} e_1 \\ \\ e_{2n-3}\end{matrix} \\ \hline c_1,\dots,c_{2n-3} & c_{2n-2} & d_{2n-2} & e_{2n-2} \\ d_1,\dots,d_{2n-3} & d_{2n-2} & d_{2n-1} & e_{2n-1} \\ e_1,\dots,e_{2n-3} & e_{2n-2} & e_{2n-1} & e_{2n} \end{array} \right\| (1+o(1)),\ h\to 0,$$

где $h^{4+\alpha}A_{2n-3}$ – матрица из формулировки теоремы 2, умноженная поэлементно на $h^{4+\alpha}$, $c_i = O(h^{4+\alpha})$, $d_i = O(h^4)$, $e_i = O(h^4)$, $i=1,\dots,2n-3$, $c_{2n-2} = \lambda_4 h^4 (1+o(1))$, $d_{2n-2} = O(h^4)$, $e_{2n-2} = -\lambda_2 h^2 (1+o(1))$,

$d_{2n-1}=\lambda_2 h^2(1+o(1))$, $e_{2n-1}=O(h^2)$, $e_{2n}=1$.

Следовательно,

$$\det R_n=\det A_{2n-3}h^{(4+\alpha)(2n-3)+6}\lambda_2(\lambda_4-\lambda_2^2)(1+o(1)),\ h\to 0. \quad (9)$$

Аналогично имеем для $Q_n(hu)$:

$$\det Q_n(hu) = \det \left\| \begin{array}{c|ccc} & \tilde{c}_1 & \tilde{d}_1 & \tilde{e}_1 \\ h^{4+\alpha}B_{2n-2} & \cdots & \cdots & \cdots \\ & \tilde{c}_{2n-2} & \tilde{d}_{2n-2} & \tilde{e}_{2n-2} \\ \hline \tilde{c}_1,\ldots,\tilde{c}_{2n-2} & \tilde{c}_{2n-1} & \tilde{d}_{2n-1} & \tilde{e}_{2n-1} \\ \tilde{d}_1,\ldots,\tilde{d}_{2n-2} & \tilde{d}_{2n-1} & \tilde{d}_{2n} & \tilde{e}_{2n} \\ \tilde{e}_1,\ldots,\tilde{e}_{2n-2} & \tilde{e}_{2n-1} & \tilde{e}_{2n} & \tilde{e}_{2n+1} \end{array} \right\| (1+o(1)),\ h\to 0,$$

где $h^{4+\alpha}B_{2n-2}$ – матрица из формулировки теоремы 2, умноженная поэлементно на $h^{4+\alpha}$, $\tilde{c}_i=O(h^{4+\alpha})$, $\tilde{d}_i=O(h^4)$, $\tilde{e}_i=O(h^4)$, $i=1,\ldots,2n-2$, $\tilde{c}_{2n-1} = \frac{\lambda_4}{4}h^4(1+o(1))$, $\tilde{e}_{2n-1} = \frac{\lambda_2}{2}h^2(1+o(1))$, $\tilde{d}_{2n-1}= O(h^4)$, $\tilde{d}_{2n} = \lambda_2 h^2(1+ o(1))$, $\tilde{e}_{2n}= O(h^2)$, $\tilde{e}_{2n+1}=1$; здесь множители $(n-u)^2(n-u-1)^2$ внесены для удобства по частям в последнюю строку и в последний столбец матрицы B_{2n-2}. Отсюда заключаем, что

$$\det Q_n(hu) = \det B_{2n-2}h^{(4+\alpha)(2n-2)+6}\frac{\lambda_2}{4}(\lambda_4-\lambda_2^2)(1+o(1)),\ h\to 0. \quad (10)$$

Из формул (6),(9),(10) получаем утверждение (ii) теоремы 2 при $n\geqslant 2$. Случай $n=1$ рассматривается непосредственно.

Анализ результатов вычислений. Прежде всего отметим, что,как следует из теоремы 2, (ii), привлечение $2n\geqslant 4$ узлов квантования для гауссовских процессов из класса C^2 увеличивает *порядок* малости дисперсии ошибки уклонения по сравнению с привлечением двух узлов. Удобным показателем увеличения точности приближения при увеличении числа учитываемых узлов интерполяции является отношение корней квадратных из дисперсий ошибок уклонения:

$$\sigma_n(hu)/\sigma_1(hu) = (\Sigma_n/\Sigma_1)^{1/2}(1+o(1)) = \psi_n^{(1)}(u,\alpha)(1+o(1)),\ h\to 0,$$

для процессов из класса C^1,

$$\sigma_n(hu)/\sigma_2(hu) = (\Sigma_n/\Sigma_2)^{1/2}(1+o(1)) = \psi_n^{(2)}(u,\alpha)(1+o(1)),\ h\to 0,$$

для процессов из класса C^2

На основе теорем 1,2 были просчитаны на ЭВМ функции $\psi_n^{(i)}(u,\alpha)$, $i=1,2$, при $u=1/2$ (точка максимума дисперсии $\sigma_n^2(hu)$), $n=2,3,4,5$ и $\alpha=0,1;0,2;0,3,\ldots;1,9$. Результаты вычислений указывают на то, что для процессов из класса C^1 оптимальным является алгоритм Λ_2, так как привлечение более, чем $2n=4$ узлов квантования, увеличивает точность интерполяции (уменьшает $\psi_n^{(1)}\left[\frac{1}{2},\alpha\right]$) крайне незначительно; в то же время значения $\psi_2^{(1)}\left[\frac{1}{2},\alpha\right]$ сильно отличаются от 1. По аналогичным соображениям для процессов из класса C^2 оптимальным является алгоритм Λ_3.

Из приведенных рассуждений вытекают следующие рекомендации по выбору оптимального шага квантования h для процессов из классов C^1, C^2. Пусть $\sigma_0^2>0$ — заданное предельное значение для дисперсии уклонения $\sigma^2_{i+1}(t), i=1,2$. Назовем шаг квантования h_i максимально допустимым, если h_i выбрано как максимальное из чисел h, удовлетворяющих условию $\max\{\sigma^2_{i+1}(hu): u\in[0,1]\}\leqslant\sigma_0^2$, $i=1,2$.

Из теорем I,2 следует, что при $\sigma_0^2\to0$ максимально допустимыми (оптимальными) шагами квантования являются следующие величины: $h_1\sim(\sigma_0^2/\Sigma_2)^{1/(2+\alpha)}$ для процессов из класса C^1 и $h_2\sim(\sigma_0^2/S_3)^{1/(4+\alpha)}$ для процессов из класса C^2.

Рассмотрение трех случаев принадлежности процессов классам C^0, C^1, C^2 приводит к гипотезе о том, что оптимальным для процессов класса $C^m, m\geqslant3$ должен быть, по-видимому, алгоритм приближения Λ_{m+1}.

*Кафедра теории вероятностей и математической статистики,
Межвузовский научный центр по прикладным проблемам математики*

Поступила 13.04.1990

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Ю.К., Симонян А.Х., Красавкина В.А. Квантование по времени реализаций недифференцируемых гауссовских процессов. - Известия АН СССР. Техн. кибернетика. 1976, №4, с.139-147.
2. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. М.: Физматгиз, 1963.
3. Крамер Г., Лидбеттер М.Р. Стационарные случайные процессы. М.: Мир, 1969.
4. Беляев Ю.К. О числе пересечений уровня гауссовским случайным процессом. 1. - Теория вероят. и ее применения. 1966, т.11, №1, с.120-128.

Ա.Խ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ, Վ.Ռ.ՖԱՏԱԼՈՎ

ԴԻՖԵՐԵՆՑԵԼԻ ԳԱՈՒՍՅԱՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ԻՐԱԳՈՐԾՈՒՄՆԵՐԻ ՔՎԱՆՏԱՑՈՒՄԸ ԸՍՏ ԺԱՄԱՆԱԿԻ

Ա մ փ ո փ ու մ

Աշխատանքում առաջարկվում են մոտարկման ալգորիթմներ ստացիոնար գաուսյան պրոցեսների երկու դասերի համար, որոնց իրագործումները դիֆերենցելի են համապատասխանաբար մեկ և երկու անգամ: Երկու դեպքերում էլ մոտարկվող ռեգրեսիաների պրոցեսների համար և շեղման պրոցեսների դիսպերսիաների համար ստացված են համապատասխան ասիմպտոտական բանաձևերը: Այդ արդյունքները հնարավորություն են տալիս լուծելու քվանտացման օպտիմալ քայլի ընտրության հարցը:

A.H.SIMONIAN, V.R.FATALOV

THE QUANTIZATION IN TIME OF SAMPLE FUNCTIONS OF DIFFERENTIABLE GAUSSIAN PROCESSES

SUMMARY

In this paper algorithms of approximation of two classes of Gaussian stationary processes are suggested, when it is supposed that the sample functions are differentiable one time or two. In both cases asymptotic formulas for the approximating regression processes and for the variances of the processes of deviations are obtained. These results make possible to get recommendations on choosing the optimal step of quantization.