ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ **2, 1976** **Естественные науки**

Физика

Д. М. СЕДРАКЯН, Р. РУДОЛЬФ

ВЯЗКОСТЬ ФАЗЫ «пре» В НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗДАХ

Рассчитана динамическая вязкость электронов и барионов в фазе «пре» нейтронных звезд в предположении, что они представляют собой вырожденный и нерелятивистский газ. Показано, что динамическая вязкость электронов гораздо больше динамической вязкости барионов.

Известно, что на поверхности пульсаров существуют магнитные поля порядка 10^{11}—10^{12} гаусс. Чтобы объяснить такие сильные поля, в работе [1] предполагается, что поле возникает вследствие азимутального электрического тока. Этот ток является результатом движения релятивистского электронного газа относительно нейтронно-протонной жидкости вследствие непостоянной угловой скорости вращения пульсара. Для обоснования таких представлений надо сравнить релаксационные времена отдельных компонент этой фазы.

Вычислим сначала динамические коэффициенты вязкости простых электронного и нуклонного газов. Кроме сильной вырожденности всех компонент фазы «пре», предполагается, что все частицы являются нерелятивистскими. В этом случае, как показано в [2], динамическая вязкость имеет вид

$$\eta_i = \frac{1}{15\sqrt{2}\pi^3} \frac{\mu_i^{5/2} m_i^{1/2}}{(kT)^2 Q_i} \qquad (i=e,N), \tag{1}$$

где

$$\mu_i = (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m_i} n_i^{2/3}, \tag{2}$$

$$Q_i = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^2}} \int_0^\pi \sin^3\theta \, \sigma_i(x\sqrt{2m_i\mu_i}, \theta) d\theta. \tag{3}$$

Здесь m_i —масса частицы, T—температура фазы «пре», n_i—плотность частиц, μ_i —энергия Ферми, $\sigma_i(p_r, \theta)$—эффективное дифференциальное сечение, p_r —относительный импульс сталкивающихся частиц.

Для дальнейшего вычисления предполагаем, что потенциал взаимодействия между частицами имеет вид

$$u_i = \frac{\alpha_i}{r} e^{-\frac{r}{\lambda_i}},$$

где $\alpha_i = \begin{cases} -g^2 & \text{для нуклонов} \\ e^2 & \text{для электронов,} \end{cases} \quad \lambda_i = \begin{cases} \lambda_N & \text{для нуклонов} \\ \lambda_E & \text{для электронов,} \end{cases}$

λ_N представляет собой радиус действия ядерных сил и λ_E есть радиус Томаса-Ферми для протонно-электронной плазмы.

Если мы учитываем обменное взаимодействие между тождественными частицами, то первое борновское приближение дает

$$\sigma_l=\left(\frac{\alpha_l m_l}{4p_r^2}\right)^2\left[\frac{1}{\left(\sin^2\frac{\theta}{2}+\frac{\hbar^2}{4p_r^2\lambda_l^2}\right)^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\left(\cos^2\frac{\theta}{2}+\frac{\hbar^2}{4p_r^2\lambda_l^2}\right)^2}-\frac{1}{\left(\sin^2\frac{\theta}{2}+\frac{\hbar^2}{4p_r^2\lambda_l^2}\right)\left(\cos^2\frac{\theta}{2}+\frac{\hbar^2}{4p_r^2\lambda_l^2}\right)}\right]. \tag{4}$$

Здесь при рассмотрении нуклонного газа мы пренебрегали вкладом электромагнитного взаимодействия между протонами, что в нашем случае ядерных плотностей хорошо оправдывается.

Подставляя (4) в (3) и проведя интегрирование по углам, получаем

$$Q_l = 40\left(\frac{\alpha_l}{8\mu_l}\right)^2 Z(\gamma_l), \tag{5}$$

где
$$Z(\gamma_l)=\int_0^1\frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}\left[\frac{\gamma_l^2+\gamma_l x^2+{}^1/_5x^4}{x^2(x^2+2\gamma_l)}\ln\left(1+\frac{x^2}{\gamma_l}\right)-\frac{1}{2}\right],$$

$$\gamma_l=\frac{\hbar^2}{8m_l\mu_l\lambda_l^2}=\frac{1}{4(3\pi^2)^{2/3}n_l^{2/3}\lambda_l^2}.$$

Подставляя (5) и (2) в формулу (1), получаем

$$\eta_l=\frac{9\pi^3}{100}\,\frac{\hbar^9 n_l^3}{m_l^4(kT)^2\alpha_l^2 Z(\gamma_l)}. \tag{6}$$

Для типичной фазы «пре» [3] имеем следующие параметры:

$n_e=n_p\simeq10^{36}cm^{-3}$, $n_N\simeq10^{38}cm^{-3}$, $T\simeq10^{8\circ}k$, $\lambda_E=\left(\frac{6\pi e^2 n_p}{\mu_p}\right)^{-1/2}\simeq10^{-12}cm.$

Принимая также известные величины $\lambda_N=1{,}25\cdot10^{-13}cm$, $g^2/e^2\simeq14.137$, получим $\gamma_e\simeq0{,}06$, $\gamma_N\simeq0{,}085$ и $Z(\gamma_e)\simeq0{,}12$, $Z(\gamma_N)\simeq0{,}08$.

Согласно формуле (6) имеем $\eta_e/\eta_N\simeq{}'0^{12}$, т. е. $\eta_N\ll\eta_e$.

Рассмотрим сейчас динамическую вязкость электронно-протонной смеси при ядерных плотностях. Опять будем считать, что все частицы нерелятивистские. Между электронами и протонами действуют электромагнитные силы, между протонами будем учитывать только сильные взаимодействия.

Коэффициент вязкости такой смеси дается выражением [4, 5]

$$\eta=\frac{kT}{10}\{\Pi_{ik},\ \Pi_{ik}\}\quad(i,k=x,y,z)$$

(по повторяющимся индексам i, k идет суммирование). Интегральный оператор $\{\Pi_{ik},\ \Pi_{ik}\}$ можно представить следующим образом:

$$\{\Pi_{ik}, \Pi_{ik}\} = -\lim_{m\to\infty} \frac{B^{(m)}_{\beta\beta}}{B^{(m)}}, \qquad B^{(m)}_{\beta\beta} = \left|\begin{array}{c|c} B^{(m)} & \begin{matrix}\beta_{-m}\\ \vdots \\ \beta_m\end{matrix} \\ \hline \beta_{-m}\ \ldots\ \beta_m & 0 \end{array}\right|, \tag{7}$$

$$B^{(m)} = \mathrm{Det}\,\| b_{rs} \|$$

Здесь $(r,\ s = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$.

$$b_{rs} = \sum_{a,b} \int \frac{4d\vec{p}_a d\vec{p}_b}{(2\pi\hbar)^6} \sigma_{ab}(p_r,\theta) d\Omega \mid \vec{V}_a - \vec{V}_b \mid f_a f_b (1-f_a) \times$$

$$\times (1 - f_b) (K^{(s)}_{ik,a} + K^{(s)}_{ik,b} - K'^{(r)}_{ik,a} - K'^{(r)}_{ik,b}) K^{(r)}_{ik,a} = b_{sr} \tag{8}$$

$$(a, b = e, p)$$

и $$\beta_r = \sum_a \int \frac{2d\vec{p}_a}{(2\pi\hbar)^3} 2f_a (1-f_a) \frac{1}{m2_a kT} \left(P_{a,i} P_{a,k} - \frac{P_a^2}{3}\delta_{ik}\right) K^{(r)}_{ik,a} \ . \tag{9}$$

При этом $\vec{V}_a = \frac{1}{m_a} \vec{p}_a$ — тепловая скорость частицы a, $f_a = f_a(\vec{p}_a)$ — распределение Ферми до столкновения и $f'_a = f_a(\vec{p}'_a)$ — распределение Ферми после столкновения.

Следуя работе [5], имеем

$$K^{(r)}_{ik,e} = \begin{cases} \dfrac{1}{2m_e kT}\left(p_{e,i}p_{e,k} - \dfrac{p_e^2}{3}\delta_{ik}\right)\left(\dfrac{p_e}{\sqrt{2m_e kT}}\right)^{2(r-1)} & r > 0 \\ 0 & r \leqslant 0, \end{cases}$$

$$K^{(r)}_{ik,p} = \begin{cases} \dfrac{1}{2m_p kT}\left(p_{p,i}p_{p,k} - \dfrac{p_p^2}{3}\delta_{ik}\right)\left(\dfrac{p_p}{\sqrt{2m_p kT}}\right)^{-2(r+1)} & r < 0 \\ 0 & r \geqslant 0. \end{cases}$$

Кроме этого, в (8) $K'^{(r)}_{ik,a}$ есть тензор $K^{(r)}_{ik,a}$ после столкновения, т. е. он зависит от импульса $\vec{p}'_a$.

В первом приближении из (7) следует

$$\eta = -\frac{kT}{10} \frac{\begin{vmatrix} b_{-1-1} & b_{-11} & \beta_{-1} \\ b_{1-1} & b_{11} & \beta_1 \\ \beta_{-1} & \beta_1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} b_{-1-1} & b_{-11} \\ b_{1-1} & b_{11} \end{vmatrix}} = \frac{kT}{10} \frac{b_{11}\beta_{-1}^2 + b_{-1-1}\beta_1^2 - 2\beta_1\beta_{-1}b_{-11}}{b_{11}b_{-1-1} - b_{-11}^2}. \tag{10}$$

Коэффициенты, входящие в формулу (10), можно вычислить методом, предполагаемым в [2]. Кроме того, так как $\frac{m_e}{m_p} \ll 1$, имеем $|\vec{p}_e| \simeq |\vec{p}'_e|$.

$|\vec{p}_p| \sim |\vec{p}_p'|$, отсюда при вычислении мы можем пользоваться соотношением

$$f(1-f) \equiv -kT\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \simeq kT\delta(\varepsilon-\mu).$$

После длинных вычислений окончательно получим

$$b_{-1-1}=a_1+a_2, \quad b_{11}=d_1+d_2, \quad b_{-11}=b_{1-1},$$

где

$$a_1=\frac{10\sqrt{2}}{3\pi\hbar^6} m_p^{5/2}\mu_p^{1/2}kTg^4Z(\gamma_p),$$

$$a_2=\frac{2\sqrt{2}}{\pi^8\hbar^6} e^4 m_p^{3/2} m_e \frac{\mu_p^{5/2}}{\mu_e} [(1+2\gamma_e)\ln(1+{}^1/\gamma_e)-2],$$

$$d_1=\frac{10\sqrt{2}}{3\pi\hbar^6} m_e^{5/2}\mu_e^{1/2}kTe^4Z(\gamma_e),$$

$$d_2=\frac{2\sqrt{2}}{\pi^3\hbar^6} m_p^{3/2}m_e\mu_p^{1/2}\mu_e e^4[(1+2\gamma_e)\ln(1+{}^1/\gamma_e)-2], \tag{11}$$

$$b_{-11}=-\frac{\sqrt{2}}{\pi^3\hbar^6} m_e^2 m_p^{1/2}\mu_p^{1/2}\mu_e e^4\left[1+\frac{\gamma_e}{1+\gamma_e}-2\ln(1+{}^1/\gamma_e)\right],$$

$$\beta_1=\frac{4\sqrt{2}m_e^{3/2}\mu_e^{5/2}}{3kT\pi^2\hbar^3}, \quad \beta_{-1}=\frac{4\sqrt{2}m_p^{3/2}\mu_p^{5/2}}{3kT\pi^2\hbar^3} \quad \text{и} \quad \gamma_p\simeq 3, \quad Z(\gamma_p)\simeq 3{,}2.10^{-4}.$$

Легко можно убедится, что $a_2 \ll a_1$, $d_1 \ll d_2$, $b_{-11}^2 \ll b_{11}b_{-1-1}$, так что, подставляя (11) в (10), для η получим выражение, которое можно представить в виде суммы

$$\eta=\eta_p+\alpha\eta_e+\eta_{ep},$$

где η_p и η_e—вязкости простых протонной и электронной газов, а α—безразмерный коэффициент:

$$\alpha=\frac{d_1}{d_2}=\frac{5\pi^2}{3}\frac{Z(\gamma_e)}{(1+2\gamma_e)\ln(1+{}^1/\gamma_e)-2}\frac{m_e}{m_p}\frac{kT}{\mu_e}\simeq 2.10^{-8},$$

η_{ep}—вязкость вследствие взаимодействия между протонами и электронами и

$$\eta_{ep}=-\frac{kT}{5}\frac{\beta_1\beta_{-1}b_{-11}}{a_1d_2}=\frac{1+\frac{\gamma_e}{1+\gamma_e}-2\ln(1+{}^1/\gamma_e)}{(1+2\gamma_e)\ln(1+{}^1/\gamma_e)-2}\,\frac{9\pi^3\hbar^9n_p^3}{100m_p^4(kT)^2e^4Z(\gamma_p)}. \tag{12}$$

Несмотря на малость α, электронная вязкость гораздо больше, чем нуклонная, т. е. $\alpha\eta_e \gg \eta_N$. Согласно (12) окончательно получим

$$\eta_{ep} \ll \eta_N \ll \alpha\eta_e. \tag{13}$$

Если обозначить через τ_{Ne} время релаксации между электронным и нуклонным газами, τ_N —время релаксации внутри нуклонного газа и τ_e—время релаксации внутри электронного газа, то согласно (13) имеем

$$\tau_{Ne} \gg \tau_N \gg \tau_e. \tag{14}$$

Из наблюдений за пульсарами известно, что их период со временем увеличивается. Предположим, что это есть следствие уменьшения угловой скорости коры пульсара. Тогда согласно (14) изменению движения коры сначала будут следовать электроны (за время порядка τ_e), далее нуклоны (за время порядка τ_{Ne}). Так как $\tau_N \ll \tau_{Ne}$, импульс электронов, переданный протоном, быстро распределится между нуклонами, так что нуклонный газ будет вести себя как одно целое. Итак, вследствие относительного движения электронного и нуклонного газов появится азимутальный электрический ток, который может быть причиной возникновения магнитных полей.

Кафедра теоретической физики *Поступила 19.07.1975*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Седракян Д. М., Шахабасян К. М.,** Астрофизика, 8, 1972.
2. **Nishimura H., Mori H.,** Progr. Theoret. Phys., 26, 967, 1961.
3. **Саакян Г. С.,** Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, изд. «Наука», 1972.
4. **Чепмен С., Каулинг Т.,** Математическая теория неоднородных газов, М., 1960.
5. **Hellund E. J., Uehling E. A.,** Phys. Rev., 56, 818, 1939.

Դ. Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Ռ. ՌՈՒԴՈԼՖ

«пре» ՖԱԶԻ ՄԱԾՈՒՑԻԿՈՒԹՅՈՒՆԸ ՆԵՅՏՐՈՆԱՅԻՆ ԱՍՏՂԵՐՈՒՄ

Ամփոփում

Հաշվված է «пре» ֆազում էլեկտրոնների և բարիոնների դինամիկ մածուցիկությունը, երբ նրանք այլասերված և ոչ ռելյատիվիստիկ գազային վիճակում են։ Ցույց է տրված, որ էլեկտրոնների դինամիկ մածուցիկությունը շատ ավելի մեծ է, քան բարիոններինը։