ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2, 2005 Естественные науки

Механика

УДК 62.50

В. Р. БАРСЕГЯН, Г. С. ЧЛИНГАРЯН

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Рассматривается задача приоритетного выбора оптимальных управляющих воздействий для управления движением материальной точки с переменной массой в гравитационном поле. С учетом полученных результатов, на числовом примере показано, что минимизация критерия качества по приоритетному принципу приводит к меньшему его значению, чем минимизация в обычном смысле.

1. Рассмотрим движение материальной точки массы m в вертикальной плоскости в поле силы тяжести. Предполагается, что в качестве управляющего воздействия к точке приложена реактивная сила $\overline{f}$, возникающая в результате отделения от нее частиц с элементарной массой $|dm_1|$. Тогда масса точки является величиной переменной $m = m(t)$ и ее движение можно описать векторным уравнением

$$m\frac{d\overline{V}}{dt} = \overline{P} + \overline{f}\,. \tag{1.1}$$

Здесь $m = m(t) = m_0 + m_1(t)$, где $m_0 = const$ – неизменяемая часть массы точки, $m_1(t)$ – реактивная масса точки; $\overline{f} = (\overline{s} - \overline{V})\frac{dm_1}{dt}$, $\overline{V}$ – вектор абсолютной скорости точки, $\overline{s}$ – вектор скорости частицы dm_1 в момент $t + dt$ после ее отделения; $\overline{P}$ – сила тяжести. Пусть под действием этих сил точка совершает движение по кривой, мало отличающейся от некоторой равновесной круговой орбиты.

Предположим, что реактивная сила $\overline{f}$ все время находится в плоскости равновесной круговой орбиты, тогда движение точки будет происходить в плоскости этой кривой и оно будет определяться изменением ее полярных координат r и ψ [1]:

$$\begin{aligned} &\ddot{r} - r\dot{\psi}^2 + \frac{\mu}{r^2} = a_r \frac{\dot{m}}{m}, \\ &r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi} = a_\psi \frac{\dot{m}}{m}. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Здесь μ – гравитационная постоянная, a_r и a_ψ – проекции вектора относительной скорости $\bar{a} = \bar{s} - \bar{V}$ отделяющейся частицы на направления радиуса и касательной к траектории движения соответственно. Учитывая, что

$$r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi} = \frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\psi}\right),$$

за фазовые координаты можем взять величины $r(t)$, $\dot{r}(t)$, $\chi(t) = r^2\dot{\psi}$, так как их совокупность удовлетворяет всем условиям определения фазового вектора. Тогда (1.2) запишется так:

$$\begin{aligned} &\ddot{r} = -\frac{\mu}{r^2} + \frac{\chi^2}{r^3} + a_r \frac{\dot{m}}{m}, \\ &\dot{\chi} = r a_\psi \frac{\dot{m}}{m}. \end{aligned} \tag{1.3}$$

Предположим, что в момент включения управляющих воздействий фазовые координаты точки мало отличаются от их значений на выбранной круговой орбите, а величина управляющей реактивной силы $\bar{f}$ сравнительно невелика, так что в процессе всего управления точка остается в достаточно малой окрестности указанного кругового движения. Тогда уравнения линейного приближения в окрестности выбранной круговой орбиты для системы (1.3) запишутся так:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1 = x_2, \\ &\dot{x}_2 = -ax_1 + bx_3 + \alpha u_1, \\ &\dot{x}_3 = \beta u_2, \end{aligned} \tag{1.4}$$

где $x_1 = r - r_0$, $x_2 = \dot{r}$, $x_3 = \chi - \chi_0$, $\chi_0 = \sqrt{\mu r_0}$, $a = \dfrac{\mu}{r_0^3}$, $b = \dfrac{2\sqrt{\mu r_0}}{r_0^3}$, $\alpha u_1 = a_r \dfrac{\dot{m}}{m}$,

$\beta u_2 = a_\psi \dfrac{\dot{m}}{m}$; α и β – некоторые постоянные из промежутка $[0; 1]$.

При выполнении вышепоставленных условий исследование системы (1.4) дает полезную информацию о движении нелинейной системы дифференциальных уравнений (1.3).

Сформулируем следующую задачу.

Требуется на промежутке времени $[t_0, t_1]$ при помощи выбора вектора управляющего воздействия $u(t) = \{u_1(t), \ u_2(t)\}$ и параметров α и β систему (1.4) перевести из заданного начального положения $x(t_0)$ в заданное конечное положение $x(t_1)$, минимизируя функционал

$$\chi[u]=\left(\int_{t_0}^{t_1}\left(u_1^2+u_2^2\right)d\tau\right)^{1/2}. \qquad (1.5)$$

Отметим, что оптимальные значения управляющих воздействий $u_i^0=u_i^0(t,\alpha,\beta)$, $i=1,2$, будут непрерывными функциями от параметров α и β [2]. Следовательно, представляется возможность для его вторичной минимизации по параметрам α и β, причем минимум функционала $\chi\left[u_1^0(\alpha,\beta),u_2^0(\alpha,\beta)\right]$ достижим:

$$\chi\left[u_1^0\left(\alpha^0,\beta^0\right),u_2^0\left(\alpha^0,\beta^0\right)\right]=\min_{\alpha,\beta\in[0;1]}\chi\left[u_1^0(\alpha,\beta),u_2^0(\alpha,\beta)\right].$$

Поэтому оптимальные управляющие воздействия, решающие поставленную задачу, будут $u_i^0(t)=u_i^0\left(t,\alpha^0,\beta^0\right)$, $i=1,2$.

2. Система уравнений (1.4) в векторно-матричной форме запишется так:

$$\dot{x}=Ax+Bu, \qquad (2.1)$$

где

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0\\-a&0&b\\0&0&0\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}0&0\\\alpha&0\\0&\beta\end{pmatrix}.$$

Матрица Калмана [3] будет иметь вид

$$K=\left\{B,AB,A^2B\right\}=\begin{pmatrix}0&0&\alpha&0&0&\beta b\\\alpha&0&0&\beta b&-\alpha a&0\\0&\beta&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Нетрудно заметить следующее: при $\alpha=0$, $\beta b\neq 0$ система (1.4) вполне управляема, а если $\beta=0$, $\alpha\neq 0$, она не является вполне управляемой.

Фундаментальная матрица решений однородной части (1.4) имеет следующий вид:

$$X[\tau,t_0]=\begin{pmatrix}\cos\sqrt{a}(\tau-t_0) & \frac{1}{\sqrt{a}}\sin\sqrt{a}(\tau-t_0) & \frac{b}{a}\left(1-\cos\sqrt{a}(\tau-t_0)\right)\\ -\sqrt{a}\sin\sqrt{a}(\tau-t_0) & \cos\sqrt{a}(\tau-t_0) & \frac{b}{\sqrt{a}}\sin\sqrt{a}(\tau-t_0)\\ 0&0&1\end{pmatrix}.$$

Запишем формулу Коши для системы (1.4):

$$x(t)=X[t,t_0]x(t_0)+\int_{t_0}^{t}X[t,\tau]Bu(\tau)d\tau. \qquad (2.2)$$

Отсюда при $t=t_1$ получаем следующие интегральные условия:

$$\int_{t_0}^{t_1}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{a}}\sin\sqrt{a}\left(t_1-\tau\right)u_1+\beta\frac{b}{a}\left(1-\cos\sqrt{a}\left(t_1-\tau\right)\right)u_2\right)d\tau=C_1,$$

$$\int_{t_0}^{t_1}(\alpha\cos\sqrt{a}(t_1-\tau)u_1+\beta\frac{b}{\sqrt{a}}\sin\sqrt{a}(t_1-\tau)u_2)d\tau=C_2, \tag{2.3}$$

$$\int_{t_0}^{t_1}\beta u_2 d\tau=C_3,$$

где

$$C_1=x_1\left(t_1\right)-x_1\left(t_0\right)\cos\sqrt{a}(t_1-t_0)-\frac{1}{\sqrt{a}}x_2\left(t_0\right)\sin\sqrt{a}(t_1-t_0)-$$
$$-\frac{b}{a}x_3\left(t_0\right)(1-\cos\sqrt{a}(t_1-t_0)),$$
$$C_2=x_2\left(t_1\right)+\sqrt{a}x_1\left(t_0\right)\sin\sqrt{a}(t_1-t_0)-x_2\left(t_0\right)\cos\sqrt{a}(t_1-t_0)- \tag{2.4}$$
$$-\frac{b}{\sqrt{a}}x_3\left(t_0\right)\sin\sqrt{a}(t_1-t_0),$$
$$C_3=x_3\left(t_1\right)-x_3\left(t_0\right).$$

Рассматривая вариационную задачу (2.3), (1.5) как проблему моментов [3], построим

$$\rho_0^2=\min_{\sum_{i=1}^{3}C_i l_i=1}\int_{t_0}^{t_1}(h_1^2(\tau)+h_2^2(\tau))d\tau, \tag{2.5}$$

где l_1, l_2, l_3 – неопределенные постоянные, а

$$h_1(\tau)=\alpha\left[l_1\frac{1}{\sqrt{a}}\sin\sqrt{a}(t_1-\tau)+l_2\cos\sqrt{a}(t_1-\tau)\right],$$
$$h_2(\tau)=\beta\frac{b}{a}\left[l_1(1-\cos\sqrt{a}(t_1-\tau))+l_2\sqrt{a}\sin\sqrt{a}(t_1-\tau)+\frac{a}{b}l_3\right]. \tag{2.6}$$

Проделав необходимые выкладки, найдем

$$l_1^0=\frac{1}{C_1}\left(1-C_2l_2^0-C_3l_3^0\right),\quad l_2^0=-l_3^0\frac{A_2}{H_2}-\frac{a_{13}C_1-a_{11}C_3}{H_2},\quad l_3^0=-\frac{A_1}{H_1}, \tag{2.7}$$

где $A_1=-a_{12}a_{23}C_1+a_{13}\left(a_{22}C_1-a_{12}C_2\right)+a_{12}^2C_3+a_{11}\left(a_{23}C_2-a_{22}C_3\right)$,

$$A_2=a_{33}C_1^2+C_3\left(a_{11}C_3-2a_{13}C_1\right),$$
$$H_1=-a_{23}^2C_1^2-2a_{12}a_{33}C_1C_2-a_{13}^2C_2^2+a_{11}a_{33}C_2^2+2a_{12}a_{13}C_2C_3-a_{12}^2C_3^2+$$
$$+2a_{23}\left(a_{13}C_1C_2+C_3\left(a_{12}C_1-a_{11}C_2\right)\right)+a_{22}\left(a_{33}C_1^2-2a_{13}C_1C_3+a_{11}C_3^2\right),$$
$$H_2=a_{23}C_1^2-a_{13}C_1C_2+C_3\left(a_{11}C_2-a_{12}C_1\right),$$
$$a_{11}=2\left(\frac{1}{a}\alpha^2B_2+\frac{b^2}{a^2}B_4\beta^2\right),\quad a_{22}=2\left(\alpha^2B_1+\frac{b^2}{a}B_2\beta^2\right),\quad a_{33}=2B_8\beta^2,$$

$$a_{12}=\left(\frac{\alpha^2}{\sqrt{a}}B_5+2\frac{b}{\sqrt{a}}B_7\beta^2\right),a_{13}=2\frac{b}{a}\beta^2\left(B_3+B_8\right),\ \ a_{23}=2\frac{b}{\sqrt{a}}B_6\beta^2,$$

$$B_1=\int_{t_0}^{t_1}\cos^2\left(\sqrt{a}(t_1-\tau)\right)d\tau=\frac{1}{4\sqrt{a}}\sin\left(2\sqrt{a}(t_1-t_0)\right)+\frac{t_1-t_0}{2},$$

$$B_2=\int_{t_0}^{t_1}\sin^2\left(\sqrt{a}(t_1-\tau)\right)d\tau=-\frac{1}{4\sqrt{a}}\sin\left(2\sqrt{a}(t_1-t_0)\right)+\frac{t_1-t_0}{2},$$

$$B_3=\int_{t_0}^{t_1}\cos\left(\sqrt{a}(t_1-\tau)\right)d\tau=\frac{1}{\sqrt{a}}\sin\left(\sqrt{a}(t_1-t_0)\right),$$

$$B_4=\int_{t_0}^{t_1}\left[1-\cos\left(\sqrt{a}(t_1-\tau)\right)\right]^2d\tau=\frac{1}{4\sqrt{a}}\sin\left(2\sqrt{a}(t_1-t_0)\right)+\frac{3}{2}(t_1-t_0)+$$

$$+\frac{2}{\sqrt{a}}\sin\left(\sqrt{a}(t_1-t_0)\right),$$

$$B_5=\int_{t_0}^{t_1}\sin\left(2\sqrt{a}(t_1-\tau)\right)d\tau=-\frac{1}{2\sqrt{a}}\cos\left(2\sqrt{a}(t_1-t_0)\right),$$

$$B_6=\int_{t_0}^{t_1}\sin\left(\sqrt{a}(t_1-\tau)\right)d\tau=\frac{1}{\sqrt{a}}\left(1-\cos\left(\sqrt{a}(t_1-t_0)\right)\right),$$

$$B_7=\int_{t_0}^{t_1}\sin\left(\sqrt{a}(t_1-\tau)\right)\left[1-\cos\left(\sqrt{a}(t_1-\tau)\right)\right]d\tau=\frac{1}{\sqrt{a}}\left(1-\cos\left(\sqrt{a}(t_1-t_0)\right)\right)-$$

$$-\frac{1}{4\sqrt{a}}\left(1-\cos\left(2\sqrt{a}(t_1-t_0)\right)\right),$$

$$B_8=t_1-t_0.$$

Подставляя значения l_1^0,l_2^0,l_3^0 из (2.7) в (2.6) и (2.5), получим $h_1^0(\tau,\alpha,\beta)$, $h_2^0(\tau,\alpha,\beta)$ и величину $\rho_0^2(\alpha,\beta)$ соответственно:

$$h_1^0(\tau,\alpha,\beta)=\alpha\left[l_1^0\frac{1}{\sqrt{a}}\sin\sqrt{a}(t_1-\tau)+l_2^0\cos\sqrt{a}(t_1-\tau)\right],$$

$$h_2^0(\tau,\alpha,\beta)=\beta\frac{b}{a}\left[l_1^0(1-\cos\sqrt{a}(t_1-\tau))+l_2^0\sqrt{a}\sin\sqrt{a}(t_1-\tau)+l_3^0\right],$$

$$\rho_0^2(\alpha,\beta)=\frac{P(\alpha,\beta)}{Q(\alpha,\beta)},\tag{2.8}$$

где

$$P=\alpha^8\beta^2a^8b^2B_8\left(16B_1^2B_2^2-8B_1B_2B_5^2+B_5^4\right)+$$

$$+\alpha^6\beta^4 4a^5b^4\left(8a^2B_1B_2^2B_6^2+32a^2B_1B_2^3B_8+32B_1^2B_2B_4B_8-8B_1B_4B_5^2B_8-\right.$$

$$-32aB_1B_2B_5B_7B_8+8aB_5^3B_7B_8-20aB_1B_2B_5B_6\left(B_3+B_8\right)-aB_5^3B_6\times$$

$$
\begin{gathered}
\times(B_3 + B_8) + 8B_1^2 B_2 (B_3 + B_8)^2 + 4B_1 B_5^2 (B_3 + B_8)^2 + 4a^2 B_2 B_5^2 \times \\
\times(B_6^2 - 2B_2 B_8)) + \alpha^4 \beta^6 (4B_1^2 B_4 (B_3^2 + 2B_3 B_8 + B_8 (2B_4 + B_8)) + \\
+a^2 (4a^2 B_2^3 B_6^2 + 8a^2 B_2^4 B_8 - 2aB_2^2 B_5 (5B_3 B_6 + (5B_6 + 8B_7) B_8) + 2B_2 B_5 \times \\
\times(B_3^2 B_5 + 4aB_6^2 B_7 + 2B_3 B_5 B_8 + B_5 B_8 (B_8 - 2B_4)) + \\
+B_5^2 (2B_4 B_6^2 - 3B_7 (B_3 B_6 + B_8 (B_6 - 4B_7)))) 8a^2 b^6 + 2aB_1 (4aB_2^2 (B_3^2 + \\
+2B_3 B_8 + B_8 (4B_4 + B_8)) + B_5 (4B_3^2 B_7 + B_8 (4B_7 B_8 - 4B_4 (5B_6 + 8B_7)) + \\
+B_3 (8B_7 B_8 - 5B_4 B_6)) + 2aB_2 (2B_4 B_6^2 - B_7 (5B_3 B_6 + (5B_6 + 4B_7) B_8)))) + \\
+\alpha^2 \beta^8 16ab^8 (4a^2 B_2^2 B_4 B_6^2 + 2B_1 B_4^2 B_6^2 + 8a^2 B_2^3 B_4 B_8 + 8B_1 B_2 B_4^2 B_8 - \\
-8B_1 B_4 B_7^2 B_8 + B_5 (4B_3^2 B_7 + B_8 (4B_7 B_8 - 4B_4 (5B_6 + 8B_7)) + \\
+B_3 (8B_7 B_8 - 5B_4 B_6)) + 2aB_2 (2B_4 B_6^2 - B_7 (5B_3 B_6 + (5B_6 + 4B_7) B_8))) + \\
+\alpha^2 \beta^8 16ab^8 (4a^2 B_2^2 B_4 B_6^2 + 2B_1 B_4^2 B_6^2 + 8a^2 B_2^3 B_4 B_8 + 8B_1 B_2 B_4^2 B_8 - \\
-8B_1 B_4 B_7^2 B_8 + 8aB_5 B_7^3 B_8 - 5aB_2 B_4 B_5 B_6 (B_3 + B_8) - 10a^2 B_2^2 \times \\
\times B_6 B_7 (B_3 + B_8) - 10B_1 B_4 B_6 B_7 (B_3 + B_8) - 3aB_5 B_6 B_7^2 (B_3 + B_8) + \\
+2a^2 B_2^3 (B_3 + B_8)^2 + 4B_1 B_2 B_4 (B_3 + B_8)^2 + 4aB_2 B_5 B_7 (B_3 + B_8)^2 + \\
+4B_1 B_7^2 (B_3 + B_8)^2 + 4aB_7 (B_4 B_5 + aB_2 B_7)(B_6^2 - 2B_2 B_8)) + \\
+\beta^{10} 32b^{10} (B_2 B_4^2 B_6^2 + 2B_2^2 B_4^2 B_8 + 2B_7^4 B_8 - 5B_2 B_4 B_6 B_7 (B_3 + B_8) - B_6 \times \\
\times B_7^3 (B_3 + B_8) + B_2^2 B_4 (B_3 + B_8)^2 + 2B_2 B_7^2 (B_3 + B_8)^2 + 2B_4 B_7^2 (B_6^2 - 2B_2 B_8)), \\
Q = \alpha^8 a^{10} (16B_1^2 B_2^2 - 8B_1 B_2 B_5^2 + B_5^4) + \alpha^6 \beta^2 8a^7 b^2 (4B_1 B_2 - B_5^2) \\
(a^2 B_2^2 + B_1 B_4 - aB_5 B_7) + \alpha^4 \beta^4 8a^4 b^4 (2a^4 B_2^4 + 2B_1^2 B_4^2 - 4aB_1 B_4 B_5 B_7 + \\
+3a^2 B_5^2 B_7^2) + \alpha^2 \beta^6 32a^3 b^6 (B_2 B_4 - B_7^2)(a^2 B_2^2 + B_1 B_4 - aB_5 B_7) - \\
-4a^2 B_2^2 (aB_5 B_7 - 2B_1 B_4) - a^2 B_2 (B_4 B_5^2 + 4B_1 B_7^2) + \beta^{10} 16a^2 b^8 (B_7^2 - B_2 B_4)^2 .
\end{gathered}
$$

Оптимальные управляющие воздействия для фиксированных α и β будут

$$u_i^0(\tau,\alpha,\beta) = \frac{1}{\rho_0^2(\alpha,\beta)} h_i^0(\tau,\alpha,\beta), \ i = 1,\ 2. \qquad (2.9)$$

При управляющих воздействиях (2.9) значение квадрата функционала (1.5) будет

$$\chi^2\left[u_1^0(\alpha,\beta),u_2^0(\alpha,\beta)\right]=\frac{1}{\rho_0^2(\alpha,\beta)}. \tag{2.10}$$

3. Пусть $t_0=0,\ t_1=\frac{\pi}{2},\ a=1,\ b=0{,}2$. Начальное и конечное состояния фазового вектора выберем в следующем виде: $x(0)=(0{,}2;-0{,}2;1)$, $x\left(\frac{\pi}{2}\right)=(0;0;0)$.

При $\alpha=0$ получим

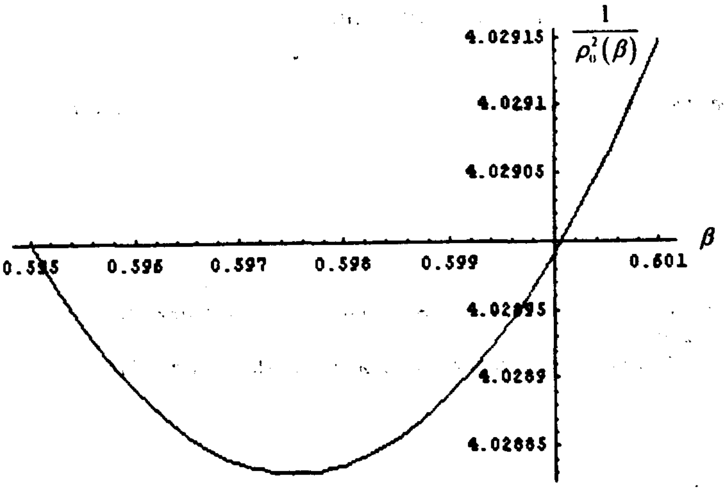
$$l_1^0\approx\frac{5\beta^2\left(25{,}9\beta^2-32\right)}{32-32\beta^2+10{,}7\beta^4},\quad l_2^0\approx-\frac{20\beta^2\left(1{,}42\beta^2-6{,}28\right)}{32-32\beta^2+10{,}7\beta^4},\quad l_3^0=1,$$

$$\rho_0^2(\beta)\approx\frac{6434\beta^2-23978\beta^4+33745\beta^6-19843\beta^8+4116\beta^{10}}{4096-8192\beta^2+6834\beta^4-2738\beta^6+458\beta^8}. \tag{3.1}$$

С учетом (3.1) для минимума (2.10) имеем

$$\chi^2\left[u_1^0(0,\beta^0),u_2^0(0,\beta^0)\right]=\min_{\beta\in[0;1]}\frac{1}{\rho_0^2(\beta)}\approx4{,}028848,$$

где $\beta^0\approx0{,}5975$. График функции $\frac{1}{\rho_0^2(\beta)}$, где $\rho_0^2(\beta)$ определяется формулой (3.1), имеет следующий вид:



Для оптимальных управляющих воздействий получаем

$$u_1^0(\tau,0,\beta^0)=0,\quad u_2^0(\tau,0,\beta^0)=1{,}5155+0{,}892\cos\tau-0{,}905\sin\tau.$$

Рассмотрим систему уравнений

$$\begin{aligned}\dot x_1&=x_2,\\ \dot x_2&=-ax_1+bx_3,\\ \dot x_3&=u\end{aligned} \tag{3.2}$$

с функционалом

$$\chi[u]=\left(\int_{t_0}^{t_1}u^2d\tau\right)^{1/2}. \qquad (3.3)$$

Учитывая условия, приведенные в начале этого пункта, получим минимальное значение квадрата функционала

$$\chi^2\left[u^0\right]=5,4588.$$

Теперь, рассматривая вместо системы (1.4) систему

$$\begin{aligned}\dot{x}_1&=x_2,\\ \dot{x}_2&=-ax_1+bx_3+V_1,\\ \dot{x}_3&=V_2\end{aligned} \qquad (3.4)$$

с функционалом

$$\chi[V]=\left(\int_{t_0}^{t_1}\left(V_1^2+V_2^2\right)d\tau\right)^{1/2}, \qquad (3.5)$$

при тех же условиях получим минимальное значение квадрата (3.5)

$$\chi^2\left[V_1^0,V_2^0\right]=16,2865.$$

Рассмотренные числовые примеры показывают, что минимизация квадрата критерия качества по параметру β приводит к более низкому значению этого критерия. Этот факт указывает на важное практическое значение оптимальных управляющих воздействий, выбранных по приоритетному принципу.

Кафедра теоретической механики *Поступила 05.11.2004*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Суслов Г.К.** Теоретическая механика. 3-е изд. М.: Гостехиздат, 1946.
2. **Габриелян М.С., Барсегян В.Р.** VIII международный семинар памяти Е.С Пятницкого. Тез. докладов. М., 2004, с. 36–37.
3. **Красовский Н.Н.** Теория управления движением. М.: Наука, 1968, 476 с.

Վ. Ռ. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ, Գ. Ս. ՉԼԻՆԳԱՐՅԱՆ

ԳՐԱՎԻՏԱՑԻՈՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ԶԱՆԳՎԱԾՈՎ ՆՅՈՒԹԱԿԱՆ ԿԵՏԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ՄԻ ԽՆԴՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Դիտարկված է գրավիտացիոն դաշտում փոփոխական զանգվածով նյութական կետի շարժման ղեկավարման համար ըստ կարևորության

օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունների ընտրության խնդիր: Ստացված արդյունքների օգտագործմամբ թվային օրինակով ցույց է տրված, որ որակի հայտանիշի ըստ կարևորության մինիմալացումը նրան տալիս է ավելի փոքր արժեք, քան սովորական իմաստով մինիմալացումը:

V. R. BARSEGHYAN, G. S. CHLINGARYAN

ABOUT ONE TASK OF OPTIMAL CONTROL OF VARIABLE-MASS PARTICLE MOTION IN GRAVITATIONAL FIELD

Summary

A task of priority selection of optimal control actions for control of variable-mass particle motion in gravitational field is discussed. On the basis of obtained results, it is shown by a numerical example that the quality criterion minimization on priority principle results in less value of quality criterion than the minimization in the usual sense.