ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2,1999 Естественные науки

*Физика*

УДК 535.7

Л. С. АСЛАНЯН

# ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В СРЕДЕ ИЗ ДВУХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ

**Обсуждены *P*-поляризованные нелинейные поверхностные волны, существующие на границе линейной среды и среды, состоящей из двухуровневых атомов. Найдено точное дисперсионное соотношение для поверхностной электромагнитной волны, которое в предельном случае совпадает с полученным ранее по теории возмущений выражением.**

1. Обсуждению поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ), распространяющихся вдоль границы раздела двух сред, для одной (или двух) из которых диэлектрическая проницаемость зависит от интенсивности, посвящено много работ [1-4]. С учетом больших значений интенсивностей ПЭВ, достижимых из-за сильной локализации вблизи границы раздела, а также того, что среды, в которых под действием света происходит реальное изменение заселенностей уровней, обладают большой нелинейностью, естественно описывать нелинейные свойства системы не только кубичной поляризуемостью, но и более высокими порядками по интенсивности света, соответствующими эффекту насыщения. Впервые нелинейные ПЭВ в условиях насыщения нелинейности были исследованы в [5,6].Однако в [5] рассматривалась нелинейность специального типа, где не учитывалась зависимость от интенсивности одной составляющей диэлектрической проницаемости, а в [6] в практически важном случае изотропной среды задача была решена методом теории возмущений.

Целью настоящей работы является получение точного дисперсионного соотношения для ПЭВ, существующих на границе раздела между линейной средой и средой из двухуровневых атомов.

2. Пусть поверхностная волна распространяется вдоль границы раздела двух сред, одна из которых является линейной с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1$ (область $z < 0$) и нелинейной ( $z > 0$). Наиболее простое феноменологическое выражение, часто используемое для рассмотрения эффектов насыщения, имеет следующий вид [7]:

$$\varepsilon = n_0^2\{1 + i\frac{\alpha_0}{k}(1 + \frac{|\vec{E}|^2}{I_s})^{-1}(\delta - i)^{-1}\}. \quad (1)$$

Здесь $\alpha_0$ – невозмущенное поглощение, $I_s$ – интенсивность насыщения, $n_0$ – показатель преломления, $k = \frac{\omega}{c}n_0$, а $\delta = (\omega - \omega_0)/\Gamma$ ($\Gamma$ – ширина однородноуширенной линии). Для простоты рассмотрим случай, когда мнимой частью можно пренебречь. Тогда диэлектрическую проницаемость можно представить в виде

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\alpha}{1 + g(|\vec{E}|^2)}, \tag{2}$$

где $\varepsilon_0 = n_0^2, \alpha = \alpha_0^2 / k(1 + \delta^2),\ g(|\vec{E}|^2) = |\vec{E}|^2 / I_S$.

Здесь мы рассмотрим $p$-поляризованные поверхностные волны, распространяющиеся по оси $x$, которая направлена вдоль границы раздела. Для вывода дисперсионного соотношения применим методику, предложенную в [8]. Предположим, зависимость волны от $x$ координаты имеет вид $\sim \exp(ikx)$, а от $y$ – она отсутствует. Предполагая также монохроматичность волны и переходя к безразмерным координатам, из уравнений Максвелла получим

$$\begin{aligned} &\frac{dH_y}{d\xi} = i\varepsilon \cdot E_x(\xi), \\ &\eta H_y(\xi) = -\varepsilon E_z(\xi), \\ &\frac{dE_x}{d\xi} - i\eta E_z = iH_y(\xi), \end{aligned} \tag{3}$$

где $\xi = \frac{\omega}{c} z, \eta = \frac{c}{\omega} k_x$. Исключая $E_x$ и $E_z$, приходим к одному нелинейному уравнению второго порядка

$$\left(\frac{H_y'}{\varepsilon}\right)' = \left(\frac{\eta^2}{\varepsilon} - 1\right) H_y, \tag{4}$$

штрих означает дифференцирование по безразмерной координате $\xi$. Заметим, что диэлектрическая проницаемость нелинейной среды зависит от $\xi$ только из-за зависимости от интенсивности

$$|\vec{E}|^2 = |E_x|^2 + |E_z|^2 = \left|\frac{\eta H_y}{\varepsilon}\right|^2 + \left|\frac{H_y'}{\varepsilon}\right|^2. \tag{5}$$

Пусть $I(\varepsilon - \varepsilon_0) = |\vec{E}|^2$ – обратная функция $\varepsilon\left(|\vec{E}^2|\right)$. Воспользовавшись выражением (2), для обратной функции найдем

$$I(\varepsilon - \varepsilon_0) = \frac{\alpha - (\varepsilon - \varepsilon_0)}{(\varepsilon - \varepsilon_0)} I_S. \tag{6}$$

Как следует из (6), в линейном пределе

$$\lim_{|\vec{E}| \to 0} I(\varepsilon - \varepsilon_0) = I(\alpha) = 0.$$

Нетрудно убедиться,что в средах без потерь $H_y$ определена с точностью до постоянного фазового множителя. Поэтому без потери общности можем считать $H_y$ действительной и неотрицательной величиной. Тогда из (5) имеем

$$\left(\frac{H'}{\varepsilon}\right)^2 = I(\varepsilon-\varepsilon_0)-\eta^2\left(\frac{H}{\varepsilon}\right)^2. \tag{7}$$

Дифференцируя (7) и воспользовавшись (4), получаем

$$\left(\left(\frac{2\eta^2-\varepsilon}{\varepsilon}\right)H^2\right)' = \varepsilon I'(\varepsilon-\varepsilon_0) \tag{8}$$

и после интегрирования по частям находим

$$H^2 = \frac{\varepsilon}{2\eta^2-\varepsilon}\{\varepsilon\cdot I(\varepsilon-\varepsilon_0)-J(\varepsilon-\varepsilon_0)\}\ , \tag{9}$$

где для сокращения записи введено обозначение

$$J(\varepsilon-\varepsilon_0)=\int\limits_{\alpha}^{\varepsilon-\varepsilon_0} I(x)dx\ .$$

Подставляя (6) и интегрируя, получаем

$$J(\varepsilon-\varepsilon_0)=\alpha\cdot I_S\cdot\{\frac{g\left(\left|\vec{E}\right|^2\right)}{1+g\left(\left|E\right|^2\right)}-\ln[1+g\left(\left|\vec{E}\right|^2\right)]\}\ . \tag{10}$$

Постоянная интегрирования принимается равной нулю,так как на бесконечности $H = H' = 0$ ( это соответствует условию затухания волны) и, следовательно, I=0. После несложных преобразований (9) можно представить в следующем виде :

$$H^2 = \frac{\varepsilon\cdot I_s}{2\cdot\eta^2-\varepsilon}\{\varepsilon_0 g\left(\left|\vec{E}\right|^2\right)+\alpha\cdot\ln[1+g\left(\left|\vec{E}\right|^2\right)\}. \tag{11}$$

Для получения дисперсионного соотношения воспользуемся граничными условиями:

$$[H]=0,\left[\frac{H'}{\varepsilon}\right]=0\ . \tag{12}$$

Для конкретности рассмотрим случай , когда область $z\le 0$ занимает диэлектрик с $\varepsilon=\varepsilon_1=const$ .Тогда волновое уравнение в области $z\le 0$ имеет следующий вид :

$$H''=\left(\eta^2-\varepsilon_1\right)H\ . \tag{13}$$

Его решение хорошо известно [9]

$$H(\xi)=H(0)\exp(k_1\xi)\ , \tag{14}$$

где $k_1=\eta^2-\varepsilon_1>0$, что соответствует локализованной моде. Воспользовавшись (11) и (14), из граничных условий (12) получим

$$\frac{H^2(0)\cdot k_1^2}{\varepsilon_1} = I(\varepsilon(0)-\varepsilon_0)-\eta^2\cdot\left(\frac{H(0)}{\varepsilon(0)}\right)^2, \tag{15}$$

которое после несложных преобразований представим в виде:

$$\eta^2 = \frac{\varepsilon_1\cdot\varepsilon^2(0)[\varepsilon_0-\varepsilon_1+\left(\alpha/g_0\right)\ln(1+g_0)]}{[\varepsilon_0+\left(\alpha/g_0\right)\ln(1+g_0)]\cdot[\varepsilon^2(0)+\varepsilon_1^2]-2\cdot\varepsilon_1^2\cdot\varepsilon(0)}\ , \tag{16}$$

где $g_0 = \left|\vec{E}(0)\right|^2 \Big/ I_S$ , а $\varepsilon(0) = \varepsilon_0 + \dfrac{\alpha}{1+g_0}$ .

3. Это и является искомым дисперсионным соотношением ПЭВ, существующих на границе линейной среды и среды из двухуровневых атомов.

Следует отметить, что полученное дисперсионное соотношение (16) является точным. Разлагая знаменатель в ряд по малому параметру $\alpha$, приходим к следующему виду дисперсионного соотношения:

$$\eta^2 = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0}{\varepsilon_1 + \varepsilon_0}[1 + \frac{\alpha \cdot \varepsilon_1}{\varepsilon_0(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)} \cdot \frac{\ln(1+g_0)}{g_0}] , \tag{17}$$

которое полностью согласуется с результатом, полученным по теории возмущений [6].

Чтобы найти профиль волны во второй среде, следует воспользоваться соотношением (7), которое перепишем в виде

$$(H')^2 = \varepsilon^2 \cdot I(\varepsilon - \varepsilon_0) - \eta^2 \cdot H^2 . \tag{18}$$

Решение этого уравнения в общем виде можно представить следующим образом:

$$\xi = \operatorname{sgn}(H') \cdot \int\limits_{H(0)}^{H} \frac{dH}{\sqrt{\varepsilon^2 \cdot I(\varepsilon - \varepsilon_0) - \eta^2 H^2}} = \operatorname{sgn}(\varepsilon') \int\limits_{\varepsilon(0)}^{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{-2 \cdot V(\varepsilon)}} . \tag{19}$$

Здесь $H(0)$ и $\varepsilon(0)$ – величины магнитного поля и диэлектрической проницаемости соответственно на границе раздела, а

$$V(\varepsilon) = -\frac{1}{2}\left(\frac{dH}{d\varepsilon}\right)^2 \{\varepsilon^2 \cdot I(\varepsilon - \varepsilon_0) - \eta^2 H^2\} .$$

Заметим, однако, что для нахождения дисперсионного соотношения (16) нелинейных ПЭВ вычисления интеграла (19) в квадратурах не требуется.

*Кафедра оптики* *Поступила 17.05.1999*

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Агранович В.М. , Бабиченко В.С., Черняк В.Я.** – Письма в ЖЭТФ, 1980, т.32, с.532.
2. **Agranovich V.M., Chernyak V.Ya.** – Sol.St.Comm.,1982, v.44, p.1309.
3. **Ricard D.** – Ann.Phys.(Fr).1983, v.8, No3, p.273.
4. **Snyder A.B., Tran H.T.** – Opt.Comm.,1993,v.98,p.309.
5. **Хаджи П.И., Киселева Е.С.** – ЖЭТФ,1987, т.57, No2, с.395.
6. **Бордо В.Г.** – Письма в ЖТФ, 1988, т.14, No13, с. 1169.
7. **Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В.** –Обращение волнового фронта. М.Наука,1985.
8. **Leung K.M.** –Phys. Rev., 1985, v.B32,No8, p.5093.
9. **Агранович В.М., Гинзбург В.Л.** – Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии. М. Наука. 1977.

Լ.Ս.ԱՍԼԱՆՅԱՆ

## ՄԱԿԵՐԵՎՈՒԹԱՅԻՆ ԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐԸ ԵՐԿՄԱԿԱՐԴԱԿԱՆԻ ԱՏՈՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ

### Ամփոփում

Քննարկված են գծային միջավայրի և երկմակարդականի ատոմներից բաղկացած համակարգի բաժանման սահմանում գոյություն ունեցող P-բևեռացված ոչ գծային մակերևութային ալիքները: Գտնված է այդ մակերևութային էլեկտրամագնիսական ալիքների ճշգրիտ դիսպերսիոն առնչությունը, որը սահմանային դեպքում համընկնում է խոտորումների տեսությամբ ստացվածի հետ: