ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 2, 1989 Естественные науки

Физика

УДК 548:537

Г.С.МКРТЧЯН

ДВИЖЕНИЕ ВИХРЯ В НЕОДНОРОДНОМ ДЖОЗЕФСОНОВСКОМ ПЕРЕХОДЕ

Рассчитано излучение вихря при движении в неоднородном джозефсоновском переходе.

1. Введение. В работе [1] рассматривался джозефсоновский переход, у которого величина критического тока могла меняться вдоль контакта. При этом распределение фазы в переходе описывается уравнением, которое в безразмерных переменных имеет вид [1,2]

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=\psi(x)\sin\varphi, \qquad (1)$$

где $\psi(x)$ — произвольная функция.

В случае, если $\psi(x)$ слабо отличается от постоянной, уравнение (1) описывает, в частности, движение изолированного вихря в неоднородном переходе [1].

В данной работе мы рассмотрим решения уравнения более общего типа:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=\psi(x-\beta_f t)\sin\varphi, \qquad (2)$$

где $0\leqslant\beta_f<\frac{c}{c_s}$. Здесь c — скорость света в вакууме, c_s — скорость волн Свихарта [2]. Из того, что $c_s<c$, следует, что β_f может быть как больше, так и меньше единицы. Уравнение типа (2) для фазы может возникнуть, например, при прохождении звуковой волны вдоль перехода.

2. Решение уравнения, В частном случае $\beta_f=1$, уравнение (2) допускает точное решение при любых $\psi(x-t)$. Действительно, произведя замену переменных

$$\frac{x-t}{2}=\eta, \quad \frac{x+t}{2}=\varkappa,$$

вместо (2) имеем уравнение

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\eta\partial\varkappa}=\psi(2\eta)\sin\varphi, \qquad (3)$$

которое имеет очевидное решение

$$\varphi=\Phi\left(\int^{\eta}\psi(2z)\,dz,\varkappa\right), \qquad (4)$$

где $\Phi(\eta,\varkappa)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta\partial\varkappa}=sin\Phi, \tag{5}$$

решения которого хорошо известны [3].

Вернемся к случаю произвольного β_f и произведем преобразование

$$\xi=\frac{x-\beta_v t}{\gamma},\tau=\frac{t-\beta_v x}{\gamma}, \quad \gamma^2=1-\beta_v^2, \tag{6}$$

где $0\leqslant\beta_v<1$.

Вместо (2) тогда имеем уравнение

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\xi^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial\tau^2}=\psi\left\{\frac{1}{\gamma}\left[\xi(1-\beta_f\beta_v)+\tau(\beta_v-\beta_f)\right]\right\}sin\varphi. \tag{7}$$

При $\psi\equiv1$ оно имеет частное решение [2]:

$$\varphi_0=4arctge^{\xi}.$$

Если $\psi(z)=1+\rho(z),|\rho(z)|\ll1$, то поправка к φ_0 в первом приближении удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial\xi^2}-\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial\tau^2}-\varphi_1cos\varphi_0(\xi)=\rho sin\varphi_0. \tag{8}$$

Функция Грина уравнения (8) удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2G}{\partial\xi^2}-\frac{\partial^2G}{\partial\tau^2}-Gcos\varphi_0(\xi)=\delta(\xi-\xi')\delta(\tau-\tau'),$$

точное решение которого согласно [1] есть

$$G_\omega(\xi,\xi')=-\frac{1}{2q(1-q^2)}\begin{cases}e^{-q(\xi-\xi')}(th\xi+q)(th\xi'-q), & \xi>\xi',\\ e^{-q(\xi'-\xi)}(th\xi'+q)(th\xi-q), & \xi<\xi',\end{cases}$$

где

$$q=\begin{cases}(1-\omega^2)^{1/2}, & |\omega|\leqslant1,\\ -i(\omega^2-1)^{1/2}, & \omega>1,\\ i(\omega^2-1)^{1/2}, & \omega<-1.\end{cases}$$

Мы выпишем решение (8) для $\rho(z)=\varepsilon sin(uz),|\varepsilon|\ll1$; аналогично вычисляется и случай $\rho(z)=\varepsilon cos(uz)$. Очевидно, что случай произвольного $\rho(z)$ дается фурье-преобразованием приведенных ниже решений. Решение (8), преобразованное к старым координатам, имеет вид (во многом схожий с результатом работы [1])

$$\varphi_1=\mp\frac{\pi\varepsilon}{2}\frac{(1-\beta_v^2)(1-\beta_f^2)}{(\beta_v-\beta_f)^2}\frac{1}{ch(\frac{\pi b}{2})}\left(\frac{1}{q_1}cos\theta-sin\theta\right),$$

$$b=\frac{u}{\gamma}(1-\beta_v\beta_f)\mp q_1, \tag{9}$$

$$q_1=\left[\frac{1}{\gamma^2}u^2(\beta_f-\beta_v)^2-1\right]^{1/2},$$

$$\theta=k_0x+\omega_0t;k_0=\pm\frac{q_1}{\gamma}-\frac{u\beta_v}{\gamma^2}(\beta_v-\beta_f),$$

$$\omega_0=\frac{1}{\gamma^2}u(\beta_v-\beta_f)\mp\frac{1}{\gamma}q_1\beta_v,$$

$$\gamma=(1-\beta_v^2)^{1/2}.$$

Здесь, как и в [1], написано асимптотическое поведение фазы на далеких от вихря расстояниях. Верхний знак соответствует $\xi \ll -1$, нижний $\xi \gg 1$.

При выводе выражения (9) принималось, что вихрь движения в положительном направлении оси x, а также что $\left|\frac{u}{\gamma}(\beta_v - \beta_f)\right| > 1$. Если это условие не выполнено, то φ_1 экспоненциально затухает вдали от вихря.

3. Обсуждение результата. Приведем некоторые простые следствия из формулы (9).

1. При $\beta_f = 0$ получаем результат работы [1].

2. При $\beta_f = 1, \varphi_1 = 0$. Это результат согласуется с точным выражением (4) при соответствующем выборе $\psi(z)$.

3. Из (9) следует, что ω_0 и k_0 связаны соотношением

$$\omega_0^2 = k_0^2 + 1.$$

Отсюда для групповой скорости $v_г$ имеем

$$v_г = -\frac{d\omega_0}{dk} = -\frac{k_0}{\omega_0}$$

или

$$v_г = \frac{\pm q_1\sqrt{1-\beta_v^2} - u\beta_v(\beta_v - \beta_f)}{\pm q_1\beta_v\sqrt{1-\beta_v^2} - u(\beta_v - \beta_f)}.$$

4. Рассмотрим случай, когда вихрь неподвижен, т.е. $\beta_v = 0$. Тогда пороговое условие для возникновения излучения принимает вид

$$u|\beta_f| > 1.$$

При этом

$$v_г = \pm (u\beta_f)^{-1}\sqrt{u^2\beta_f^2 - 1}.$$

5. Рассмотрим частный случай $\beta_f > 1, \beta_f\beta_v = 1$. При этом формула (9) заметно упрощается:

$$\varphi_1 = \pm\frac{\pi\varepsilon}{2} ch^{-1}\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{u^2}{\beta_v^2} - 1\right)^{1/2}\right]\left[\left(\frac{u^2}{\beta_v^2} - 1\right)^{-1/2} cos\theta - sin\theta\right],$$

$$\theta = k_0 x + \omega_0 t,$$

$$k_0 = \pm\frac{1}{\sqrt{1-\beta_v^2}}\sqrt{\frac{u^2}{\beta_v^2} - 1} + u,$$

$$\omega_0 = -\frac{u}{\beta_v} \mp \frac{\beta_v}{\sqrt{1-\beta_v^2}}\sqrt{\frac{u^2}{\beta_v^2} - 1}.$$

Отсюда видно, что при $\beta_v \to 1$ $\omega_0 \to \infty$, однако при этом амплитуда колебаний остается конечной, а не убывает экспоненциально, как это имело место в работе [1] в пределе $\beta_v \to 1$.

Кафедра общей физики *Поступила 22.12.1988*

ЛИТЕРАТУРА

1. Mkrtchyan G.S., Shmidt V.V. On the radiasion from inhomogeneous josephson junction.—Solid State Communication, 1979, v.30,p.791.

2. **Кулик И. О., Янсон И.К.** Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М.:Наука, 1970.

3. **Уизем Дж.** Линейные и нелинейные волны. Изд-во: Мир, 1977.

Ամփոփում

Տեսականորեն դիտարկված է էլեկտրամագնիսական ճառագայթումը, որը ստեղծվում է անհամասեռ անցումում մրրիկի շարժման հետևանքով:

SUMMARY

The electromagnetic radiation produced by the single moving Josephson vortex in nonhomogeneous junction has been theoretically considered.