

*Механика*

УДК 532.516

Р. Ж. МНАЦАКАНЯН

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ВЯЗКОЙ  
ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ПОРИСТЫМИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ  
СТЕНКАМИ

Рассматривается течение несжимаемой реальной жидкости в плоской трубе с проницаемыми стенками. Задача решается методом малого параметра. Найдены законы изменения скоростей и давления с учетом поперечных составляющих скоростей в уравнениях движения жидкости. Вычислен конкретный численный пример и построены графики для скоростей и давления при разных значениях чисел Рейнольдса и при сравнении их с результатами [6].

1. В статье изучаются течение несжимаемой реальной жидкости в плоской трубе с проницаемыми стенками, а также развитие этого течения. Такие задачи подробно изучены С. М. Таргом [1], Н. А. Слезкиным [2], С. А. Регирером [3], Г. А. Бабаджаняном [4] на основе приближенных уравнений, учитывающих слагаемые от ускорения и вязкости лишь частично, или методом малого параметра разного значения.

Соответствующие решения были при этом получены в основном в случаях, когда в приближенных уравнениях движения не содержались поперечные компоненты скорости или ограничивались рассмотрением вопроса о том, какое влияние на предельный режим течения оказывают поперечные составляющие скорости.

Значительный теоретический и практический интерес представляют задачи, в которых учтены поперечные составляющие скорости в уравнениях движения, выяснения вопроса о том, какое влияние оказывают эти составляющие на режим течения в общем случае, когда скорость проницаемости есть линейная функция давления:  $v_y = k(p - p_*)$ .

В настоящей работе делается попытка найти законы распределения скоростей и давления для любого сечения с учетом поперечных составляющих скоростей в уравнениях движения жидкости.

Для описания движения воспользуемся уравнениями [1]:

$$\begin{aligned} U \frac{\partial v_x}{\partial x} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}, \\ U \frac{\partial v_y}{\partial x} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0.$$

В системе уравнений (1.1)  $v_x$  и  $v_y$ —соответствующие компоненты скорости по осям  $OX$  и  $OY$ ,  $p$ —давление,  $\delta$ —плотность,  $\gamma$ —кинематический коэффициент вязкости,  $U$ —средняя скорость по сечению в начале трубы.

Граничные условия для поставленной задачи будут иметь вид

$$\text{при } x=0 \quad v_x = U = \text{const}, \quad p = p_n,$$

$$\text{при } y=0 \quad x>0, \quad v_y = 0, \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0, \quad (1.2)$$

$$\text{при } y = \pm h \quad x>0 \quad v_x = 0, \quad v_y = k(p - p_b),$$

где  $p_n$ —давление во входном сечении,  $p_b$ —внешнее давление,  $2h$ —ширина плоской трубы,  $k$ —коэффициент, показывающий степень проницаемости стенок трубы ( $k$  и  $p_b$  принимаются постоянными).

Введем в (1.1) и (1.2) безразмерные переменные:

$$z = \frac{x}{h}, \quad \zeta = \frac{y}{h}, \quad u = \frac{v_x - U}{U}, \quad v = \frac{v_y}{U},$$

$$P = \frac{p - p_n}{\rho U^2}, \quad \alpha = k\rho U.$$

Тогда уравнения (1.1) и граничные условия (1.2) примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2}, \\ \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial P}{\partial \zeta} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\partial v}{\partial \zeta} = 0,$$

$$\text{при } z=0 \quad u=0, \quad P=0,$$

$$\text{при } \zeta=0 \quad z>0, \quad v=0, \quad \frac{\partial u}{\partial \zeta} = 0, \quad (1.4)$$

$$\text{при } \zeta = \pm 1 \quad z>0, \quad u = -1, \quad v = \alpha(P + b),$$

$$\text{здесь } \text{Re} = \frac{U \cdot h}{\nu}, \quad b = \frac{p_n - p_b}{\rho U^2}.$$

2. Решение системы уравнений (1.3) при граничных условиях (1.4) ищем в виде степенного ряда по степеням малого параметра, т. е. принимаем

$$\begin{aligned} u &= u_0 + \alpha u_1 + \alpha^2 u_2 + \dots, \\ v &= v_0 + \alpha v_1 + \alpha^2 v_2 + \dots, \\ P &= P_0 + \alpha P_1 + \alpha^2 P_2 + \dots \end{aligned} \quad (2.1)$$

Подставляя значения  $u$ ,  $v$  и  $P$  из (2.1) в систему уравнений (1.3) и в граничные условия (1.4), путем приравнивания коэффициентов с одинаковыми степенями  $\alpha$  решаем задачу в первых двух приближениях.

Такое решение сводится к интегрированию следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial z} &= -\frac{\partial P_i}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u_i}{\partial \zeta^2}, \\ \frac{\partial v_i}{\partial z} &= -\frac{\partial P_i}{\partial \zeta} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 v_i}{\partial \zeta^2}, \\ \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial v_i}{\partial \zeta} &= 0, \end{aligned} \quad (2.2)$$

при  $z=0$   $u_i=0$ ,  $P_i=0$ ,

при  $\zeta=0$   $z>0$ ,  $v_i=0$ ,  $\frac{\partial u_i}{\partial \zeta}=0$ ,  $i=0; 1$ , (2.3)

при  $\zeta=1$   $z>0$ ,  $u_0=-1$ ,  $v_0=0$ ;  $u_1=0$ ,  $v_1=P_0+b$ .

Применив преобразование Лапласа к уравнениям (2.2) и к граничным условиям (2.3), получим

$$\frac{1}{\text{Re}} \frac{d^2 \bar{u}_i}{d\zeta^2} - s \bar{u}_i = s \bar{P}_i,$$

$$\frac{1}{\text{Re}} \frac{d^2 \bar{v}_i}{d\zeta^2} - s \bar{v}_i = -\frac{d\bar{P}_i}{d\zeta}, \quad s \bar{u}_i + \frac{d\bar{v}_i}{d\zeta} = 0. \quad (2.4)$$

при  $\zeta=0$   $z>0$ ,  $\frac{d\bar{u}_i}{d\zeta}=0$ ,  $\bar{v}_i=0$ ,  $i=0; 1$ , (2.5)

при  $\zeta=0$   $z>0$ ,  $\bar{u}_0 = -\frac{1}{s}$ ,  $\bar{v}_0=0$ ,  $\bar{u}_1=0$ ,  $\bar{v}_1 = \bar{P}_0 + \frac{b}{s}$ .

Из системы уравнения (2.4) относительно  $\bar{v}_0$  получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^4 \bar{v}_0}{d\zeta^4} + (s^2 - s \text{Re}) \frac{d^2 \bar{v}_0}{d\zeta^2} - s^3 \text{Re} \bar{v}_0 = 0. \quad (2.6)$$

Решение уравнение (2.6) будет

$$\bar{v}_0 = c_1 \text{sh} \lambda \zeta + c_2 \text{ch} \lambda \zeta + c_3 \text{lns} \zeta + c_4 \text{coss} \zeta,$$

где  $\lambda^2 = \text{Res}$ .

Определяя постоянные интегрирования  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  и  $c_4$  с помощью граничных условий (2.5), будем иметь

$$\bar{v}_0 = \frac{\text{sins} \cdot \text{sh} \sqrt{\text{Res}} \zeta - \text{sh} \sqrt{\text{Res}} \cdot \text{sins} \zeta}{\sqrt{\text{Res}} \text{ch} \sqrt{\text{Res}} \cdot \text{sins} - \text{ssh} \sqrt{\text{Res}} \cdot \text{coss}}. \quad (2.7)$$

Из третьего уравнения (2.4) получим

$$\bar{u}_0 = \frac{\sqrt{\text{Res}} \text{sh} \sqrt{\text{Res}} \cdot \text{coss} \zeta - \text{Rech} \sqrt{\text{Res}} \zeta \cdot \text{sins}}{s(\text{Rech} \sqrt{\text{Res}} \cdot \text{sins} - \sqrt{\text{Res}} \cdot \text{sh} \sqrt{\text{Res}} \cdot \text{coss})}, \quad (2.8)$$

а из первого уравнения той же системы—

$$\bar{P}_0 = \frac{\operatorname{Re}\{\operatorname{ch}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{sh}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{Res}\zeta \cdot \operatorname{sh}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{Res}\zeta \cdot \operatorname{cos}\zeta s - \operatorname{Res}\{\operatorname{ch}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{sh}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{Res}\zeta \cdot \operatorname{cos}\zeta s\}}{\operatorname{Res}\{\operatorname{Rech}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{sh}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{Res}\zeta \cdot \operatorname{cos}\zeta s - \operatorname{Rech}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{sh}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{Res}\zeta \cdot \operatorname{cos}\zeta s\}} - \frac{\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \operatorname{sh}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{cos}\zeta s - \operatorname{Rech}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{sh}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{Res}\zeta \cdot \operatorname{cos}\zeta s}{s(\operatorname{Rech}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{sh}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{Res}\zeta \cdot \operatorname{cos}\zeta s - \operatorname{Rech}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{sh}\sqrt{\operatorname{Res}\zeta} \cdot \operatorname{Res}\zeta \cdot \operatorname{cos}\zeta s)} \quad (2.9)$$

Переходя в (2.7), (2.8) и (2.9) от изображений к их оригиналам, получим значения  $u_0$ ,  $v_0$  и  $P_0$  [5]:

$$u_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \zeta^2 -$$

$$- 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \operatorname{Res} \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \cos \mu_n \zeta - \mu_n \sin \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \zeta \right) e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} z}}{\mu_n \left[ \mu_n \cos \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} + \left( \frac{2\mu_n^2}{\operatorname{Re}} - \operatorname{Re} \right) \sin \mu_n \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} - \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \cdot \sin \mu_n \right]}, \quad (2.10)$$

$$v_0 = 2 \operatorname{Re} e \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \sin \mu_n \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \zeta - \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \sin \mu_n \right) e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} z}}{\operatorname{Re} \mu_n \cos \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} + (2\mu_n^2 - \operatorname{Re}^2) \sin \mu_n \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} - \operatorname{Re} \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \sin \mu_n}, \quad (2.11)$$

$$P_0 = -\frac{3z}{\operatorname{Re}} - \frac{1}{5} +$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \frac{\mu_n^3}{\operatorname{Re}} \sin \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \zeta - \operatorname{Re}^2 \cos \mu_n \zeta \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \right) e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} z}}{\mu_n \left[ \operatorname{Re} \mu_n \cos \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} + (2\mu_n^2 - \operatorname{Re}^2) \sin \mu_n \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} - \operatorname{Re} \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \sin \mu_n \right]} +$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \operatorname{Re}^2 \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \cos \mu_n \zeta - \mu_n \operatorname{Re} \sin \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \zeta \right) e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} z}}{\mu_n \left[ \operatorname{Re} \mu_n \cos \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} + (2\mu_n^2 - \operatorname{Re}^2) \sin \mu_n \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} - \operatorname{Re} \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \cdot \sin \mu_n \right]} \quad (2.12)$$

Повторяя те же математические вычисления при решении задачи в первом приближении, получим значения  $u_1$ ,  $v_1$  и  $P_1$ . Переходя к старым переменным в полученных решениях, из формулы (2.1) получим решения задачи в первых двух приближениях:

$$v_x =$$

$$= \frac{3}{2} U \left( 1 - \frac{y^2}{h^2} \right) - 2 \operatorname{Re} U \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \operatorname{Res} \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \cos \frac{\mu_n}{h} y - \mu_n \sin \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} y \right) e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x}}{\mu_n A_n} +$$

$$\begin{aligned}
& + k\rho U^2 \left\{ - \operatorname{Re} \sum_{m \neq n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{1n} a_m (e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} - e^{-\frac{\mu_m^2}{\operatorname{Re} h} x})}{\mu_n A_n A_m (\mu_m^2 - \mu_n^2)} - \frac{x}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{1n} a_n}{\mu_n A_n^2} e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} + \right. \\
& + \frac{3x}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{1n}}{\mu_n^2 A_n} + \sum_{n=1}^{\infty} \left| \left( \frac{3\operatorname{Re}}{\mu_n^2} + \frac{k_1 \operatorname{Re}}{\mu_n^2} \right) \frac{a_n}{A_n} - \frac{k_2 \operatorname{Re} a_{1n}}{\mu_n^3 A_n} \right| \left( e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} - 1 \right) - \\
& \left. - \frac{9}{4\operatorname{Re}} \left( \frac{y^2}{h^2} - 1 \right) \frac{x^2}{h^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{y^2}{h^2} - 1 \right) \left( b - \frac{1}{5} \right) \frac{x}{h} \right\}, \quad (2.13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_y = & 2\operatorname{Re} U \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \sin \mu_n \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} y - \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \sin \frac{\mu_n}{h} y \right)}{A_n} e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} + \\
& + k\rho U^2 \left\{ 2\operatorname{Re} \sum_{m \neq n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{1n} \left( \mu_m^2 e^{-\frac{\mu_m^2}{\operatorname{Re} h} x} - \mu_n^2 e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} \right)}{\mu_n A_n A_m (\mu_m^2 - \mu_n^2)} \times \right. \\
& \times \left( \frac{\operatorname{Re}}{\mu_m} \cos \mu_m \cdot \sin \frac{\mu_m^2}{\operatorname{Re} h} y - \cos \frac{\mu_m^2}{\operatorname{Re}} \sin \frac{\mu_m}{h} y \right) - \\
& - \frac{3}{2} \left( \frac{y^3}{3h^3} - \frac{y}{h} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{1n}}{\mu_n A_n} e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} + 2\operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3}{\mu_n^2} + k_1 - \frac{\mu_n^2 a_{1n}}{\operatorname{Re} \mu_n A_n} x \right) \cdot \\
& \cdot \frac{\left( \frac{\operatorname{Re}}{\mu_n} \cos \mu_n \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} y - \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \sin \frac{\mu_n}{h} y \right)}{A_n} e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} + \\
& + 2\operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{1n}}{\mu_n A_n^2} \left( \frac{\operatorname{Re}}{\mu_n} \cos \mu_n \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} y - \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \sin \frac{\mu_n}{h} y \right) e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} - \\
& - 6\operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_n^2 A_n} \left( \frac{\operatorname{Re}}{\mu_n} \cos \mu_n \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} y - \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \sin \frac{\mu_n}{h} y \right) + \\
& \left. + \frac{9}{2\operatorname{Re} h} \left( \frac{y^3}{3h^3} - \frac{y}{h} \right) x - \frac{3k_1}{2h} \left( \frac{y^2}{3h^2} - 1 \right) y \right\}, \quad (2.14)
\end{aligned}$$

$$p = p_n - \rho U^2 \left( \frac{3x}{\operatorname{Re} h} + \frac{1}{5} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + 2\rho U^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \frac{\mu_n^3}{\operatorname{Re}} \sin \mu_n \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} y - \operatorname{Re}^2 \cos \frac{\mu_n}{h} y \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \right)}{\mu_n A_n} e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} + \\
& + 2\rho U^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \operatorname{Re}^2 \sin \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re}} \cdot \cos \frac{\mu_n}{h} y - \mu_n \operatorname{Re} \sin \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} y \right)}{\mu_n A_n} e^{-\frac{\mu_n^2}{\operatorname{Re} h} x} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + k\rho^3 U^3 \left\{ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mu_n a_{1n} (Re^2 - \mu_m)}{\mu_n A_n A_m (\mu_m^2 - \mu_n^2)} \left( e^{-\frac{\mu_n^2}{Reh} x} - e^{-\frac{\mu_m^2}{Reh} x} \right) \cos \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_m^2}{Reh} y + \right. \\
& + \frac{2x}{Reh} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{1n} (Re^2 - \mu_n^2) e^{-\frac{\mu_n^2}{Reh} x}}{A_n^2} \cos \mu_n \cos \frac{\mu_n^2}{Reh} y - \\
& - \left. \frac{3x}{Reh} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_n A_n} \left[ 2(Re^2 - \mu_n^2) \cos \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{Reh} y - \frac{Re a_{1n}}{\mu_n^2} \right] - \right. \\
& - \frac{3}{2h^3 Re^2} x^2 + \frac{3 \left( b - \frac{7}{5} \right)}{2h^2 Re} x^2 + \frac{6 \left( b - \frac{1}{5} \right) x}{5h} - \\
& - \left. \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{6 Re a_{1n}}{5 \mu_n^3 A_n} + \frac{2(Re^2 - \mu_n^2)}{\mu_n A_n} \left( k_1 + \frac{3}{\mu_n^2} \right) \cos \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{Reh} y - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{3 Re a_{1n}}{\mu_n^3 A_n} \right] \left( e^{-\frac{\mu_n^2}{Reh} x} - 1 \right) \right\}, \quad (2.15)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A_n &= Re \mu_n \cos \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{Re} + (2\mu_n^2 - Re^2) \sin \mu_n \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{Re} - Re \sin \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{Re}, \\
a_n &= 2\mu_n Re \left( \cos \mu_n \cos \frac{\mu_n^2}{Re} \zeta - \cos \frac{\mu_n^2}{Re} \cos \mu_n \zeta \right), \\
a_{1n} &= 2 \left( \frac{\mu_n^3}{Re} \sin \mu_n \cdot \cos \frac{\mu_n^2}{Re} - Re^2 \cos \mu_n \cdot \sin \frac{\mu_n^2}{Re} \right), \\
k_1 &= b - \frac{1}{5}, \quad k_2 = \frac{3}{2} (\zeta^2 - 1).
\end{aligned}$$

$\mu_n$  — корни уравнения  $Re \mu \cos \mu - \mu \zeta g \frac{\mu^2}{Re} = 0$ .

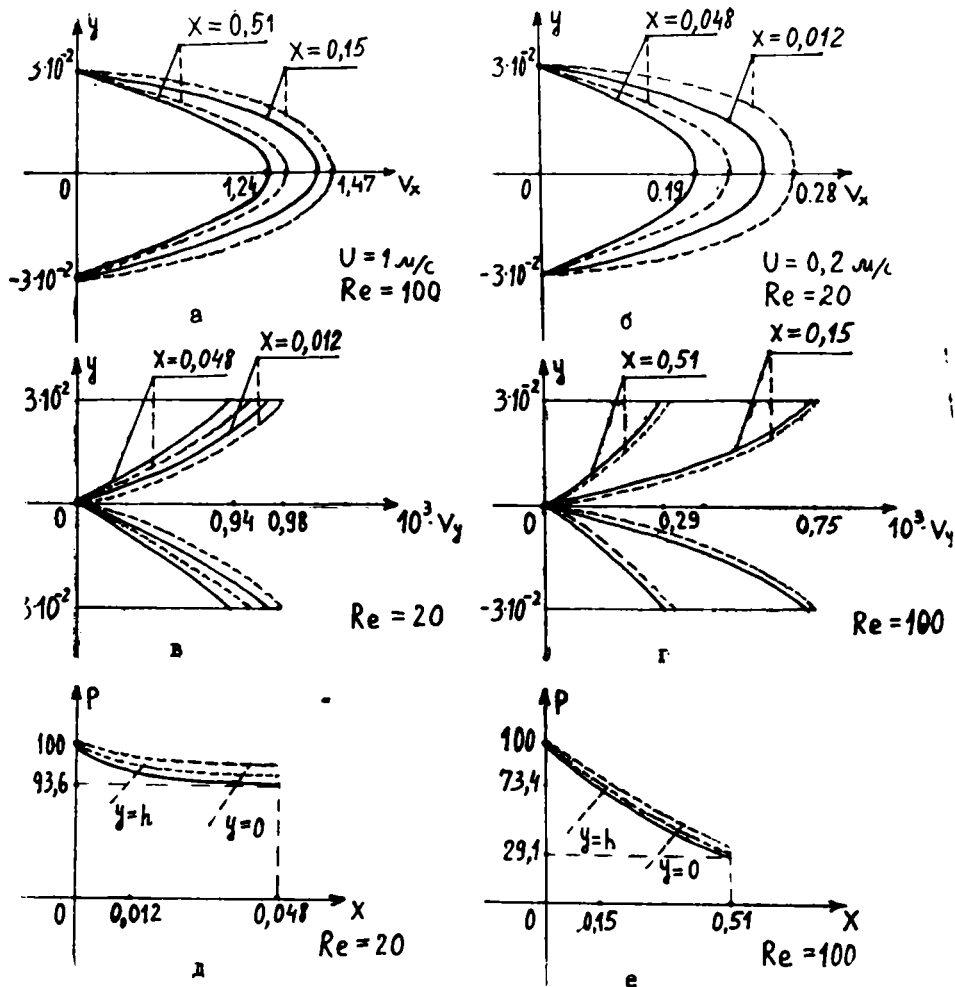
Решения задачи в третьем приближении имеют довольно громоздкий вид, поэтому они в работе не приведены.

Решения задачи правомерны в области отсоса ( $p > p_b$ ) или вдувания ( $p < p_b$ ). Так что длина отсоса (вдувания) имеет конечную величину и определяется условием  $v_y = 0$  при  $y = h$ .

3. Для сравнения результатов задачи с учетом компонента поперечной скорости движения с результатом [6] рассмотрим следующий числовой пример при разных значениях чисел  $Re$ :

$$\begin{aligned}
\rho_n &= 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \rho &= 10^2 \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}^4}, \\
p_b &= 0, & v &= 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{сек}}, \\
h &= 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}, & k &= 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{сек}}.
\end{aligned}$$

На рисунке (а—е) пунктирной линией показаны законы изменения  $v_x$ ,  $v_y$  и  $p$  по формулам (2.13), (2.14) и (2.15), сплошной линией — по формулам [6].



По результатам задачи и по приведенному численному примеру можно сделать следующие выводы.

1. При больших значениях  $Re$  решения этой задачи совпадают с решением [6].
2. При разных значениях  $Re$  поперечная скорость и давление более медленно стремятся к нулю, чем в [6].
3. При  $k=0$ ,  $Re \rightarrow \infty$  полученные результаты совпадают с результатами [1], при  $k \neq 0$ ,  $Re \rightarrow \infty$  совпадают с результатами [6], а при  $k=0$  с результатами [5].

Кафедра механики

Поступила 1.04.1988

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тарг С. М. Основные задачи теории ламинарных течений. М.-Л.: Изд-во тех-теор лит., 1951.
2. Слескин Н. А. О развитии течения вязкой жидкости между параллельными пористыми стенками.—ПММ, 1957, т. XXI, № 4.
3. Регурер С. А. О приближенной теории течения вязкой несжимаемой жидкости в

трубах с пористыми стенками.—Изв. высших учебных заведений. Математика. 1962, № 5 (30).

4. *Бабаджян Г. А.* Течение вязкой жидкости в прямоугольном канале с пористыми стенками.—Изв. АН Арм. ССР. 1965, XVIII, № 2.
5. *Бабаджян Г. А., Мнацаканян Р. Ж.* Уточненные решения уравнений вязкой жидкости между параллельными стенками.—Межвузовский сборник научных трудов, Механика, 1986, № 6.
6. *Бабаджян Г. А., Мнацаканян Р. Ж.* О развитии течения вязкой жидкости между параллельными пористыми стенками.—Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Ер.: Изд-во АН Арм. ССР, 1984.

## Ա մ փ ո փ ու մ

*Հոդվածում քննարկվում է մածուցիկ անսեղմելի հեղուկի լամինար, հարթ ստացիոնար շարժումը ծակոտկեն պատեր ունեցող չուղահեռ թիթեղների միջև: Շարժման դիֆերենցիալ հավասարումը սոված եզրային պայմաններով լուծվում է փոքր պարամետրի մեթոդով:*

*Գտնված են անհայտ ֆունկցիաների համար առաջին երկու մոտավորությունները և ցույց է տրվում, որ մյուս մոտավորությունների գտնելը սկզբունքային դժվարություն չի ներկայացնում:*

*Ուսումնասիրված է կոնկրետ օրինակ:*

## Summary

The flow of an incompressible real liquid in the flat pipe with porous walls and the development of that flow are examined in this article.

The differential equation of the motion with given boundary conditions has been solved by means of the small parameter method.

The first two approximations of the unknown functions have been found and a specific example has been considered.