

В. С. АРУТЮНЯН

ДИФРАКЦИЯ СФЕРИЧЕСКИХ РЕНТГЕНОВСКИХ ВОЛН В ДВУХКРИСТАЛЬНОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ II. СМЕШАННЫЙ МУАР

Рассмотрена задача дифракции падающей сферической рентгеновской волны в двухкристальном интерферометре с узким воздушным зазором для асимметричного случая Лауэ при наличии относительного изменения межплоскостного расстояния отражающих плоскостей в одном из блоков $\Delta d/d \sim 10^{-8} \div 10^{-5}$ и малого взаимного поворота блоков $\epsilon \sim 0,01'' \div 1''$. Приведены теоретические топограммы для различных комбинаций величин $\Delta d/d$ и ϵ . Рассчитан контраст топограмм.

В работах [1—3] детально исследованы интерференционные эффекты рентгеновских лучей, обусловленные наличием недифрагирующей зоны (зазора) в двухкристальной системе. В указанных работах предполагается, что в обоих кристаллах межплоскостные расстояния отражающих плоскостей равны и нет взаимных поворотов блоков. В работе [4] исследована тонкая структура рентгеновских муаровых картин, однако задача рассмотрена для частного случая (симметричное отражение по Лауэ) и не получено распределение интенсивности в интерференционной картине, что необходимо для расчета контраста. В работах [5, 6] на основе теории, развитой в [7, 3], нами решены задачи дифракции сферической рентгеновской волны в двухкристальной системе с узким воздушным зазором для асимметричного случая Лауэ, соответственно для случая, когда в одном из блоков содержится малое относительное изменение межплоскостного расстояния отражающих плоскостей (дилатационный муар), и для случая, когда имеет место малый поворот блоков интерферометра относительно друг друга (ротационный муар).

В данной работе в рамках сферической волновой теории Като [7] рассматривается задача дифракции падающей сферической рентгеновской волны в двухкристальном интерферометре с узким воздушным зазором для асимметричного случая Лауэ при наличии в одном из блоков относительного изменения межплоскостного расстояния отражающих плоскостей $\Delta d/d \sim 10^{-8} \div 10^{-5}$ и малого взаимного поворота блоков $\epsilon \sim 0,01'' \div 1''$. На выходной поверхности второго блока определяется распределение интенсивности в интерференционной картине, получаемой в направлении отражения рентгеновских волн в первом блоке интерферометра. Исследуется также зависимость формы и контраста интерференционных полос от величин $\Delta d/d$ и ϵ .

Настоящая работа в определенном смысле является обобщенным результатом, полученных в работе [4].

Задача рассматривается при условии бормановского прохождения рентгеновских лучей в обоих кристаллах. Предполагается, что все входные поверхности кристаллов параллельны. Геометрия дифракции в ре-

альном пространстве приведена на рис. 1. Начало прямоугольной системы координат xuz , точка O , лежит на протяженном источнике рентгеновских волн, расположенном на входной поверхности первого кристалла A параллельно оси Oy . Направление оси Oz совпадает с направлением падения рентгеновских волн под точным углом Брэгга в кинематической теории, ось Oy перпендикулярна к плоскости падения. Двухмерная прямоугольная система координат $x_1O_1y_1$ лежит на выходной поверхности второго кристалла B , ось O_1y_1 параллельна оси Oy . Предполагается, что малый поворот ϵ второго кристалла относительно первого имеет место вокруг оси CO_1 , перпендикулярной к входным и выходным поверхностям блоков. Узость зазора обеспечивается условием $t_3 \ll t_1$ (t_1 — толщина первого блока, t_3 — ширина зазора), выполнимость которого необходима для значительного перекрытия прошедшего и отраженного в первом кристалле пучков на входной поверхности второго кристалла (область LG на рис. 1).

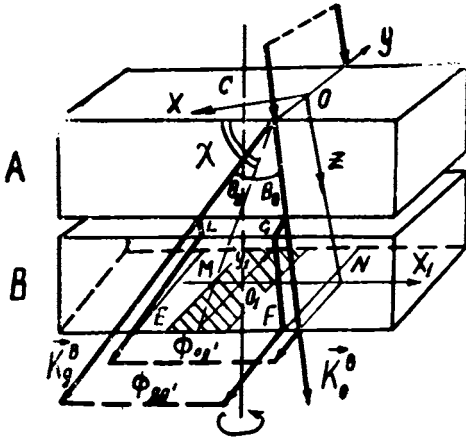


Рис. 1. Геометрия дифракции в реальном пространстве.

Через $\Phi_{og'}(\mathbf{r}_B)$ и $\Phi_{gg'}(\mathbf{r}_B)$ (\mathbf{r}_B — вектор, определяющий положение точки наблюдения на выходной поверхности второго кристалла) обозначим сферические волновые решения на выходной поверхности второго кристалла, которые соответствуют волнам, дифрагированным в первом кристалле A в направлениях соответственно прохождения и отражения и дифрагированным в кристалле B в направлении первого отражения. В вышеотмеченной работе [5] (случай, когда $\Delta d/d \neq 0$, $\epsilon = 0$) для распределения интенсивности рентгеновских волн в интерференционном поле на выходной поверхности второго блока (в области $EMNF$ на рис. 1), обусловленном наложением волновых полей $\Phi_{og'}$ и $\Phi_{gg'}$, нами было получено следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 I(\mathbf{r}_B) &= |\Phi_{og'}(\mathbf{r}_B) + \Phi_{gg'}(\mathbf{r}_B)|^2 = \\
 &= \left(\frac{1}{16\pi}\right)^2 E^2 \cdot b \left(\frac{|\beta|}{Kz_B}\right) \exp\{-\mu_0[t_0^{-1} + (1-b^{-1})x_B \operatorname{cosec} 2\theta_B]\} \times \\
 &\quad \times \{|\xi_1|^2 \exp(-2\beta_1 u) + |\xi_2|^2 \exp[-2\beta_1 v + \mu_0 \gamma_B^{-1} (1-b^{-1}) \cdot t_3] + \\
 &\quad + 2|\xi_1||\xi_2| \exp[-\beta_1(u+v) + \frac{1}{2} \mu_0 \gamma_B^{-1} (1-b^{-1}) \cdot t_3] \cdot \cos \varphi\}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

где

$$\varphi = \pi(x_1) + Q + 2\pi \Delta g \mathbf{r}_B, \quad (2)$$

$$|\xi_2| = \frac{(\eta_1 - \eta_2) u^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\beta_r \eta_1^2 - \frac{1}{2} K \Delta \theta_B \eta_2 u\right)}{(\eta_1 \beta_r)^{1/2} \cdot (\beta_r \eta_1^5 - 3\alpha t_1 K \Delta \theta_B \eta_2 u^3)^{1/2}}, \quad (3)$$

$$|\xi_1| = \frac{(\eta_1 + \eta_3)v^{-1/2} \left(\beta_r \eta_1^2 - \frac{1}{2} K \Delta \theta_B \eta_3 v \right) \cdot (\beta_r \eta_1 - K \Delta \theta_B v)}{(\eta_1 \beta_r)^{1/2} \cdot (\beta_r \eta_1^2 - 3\alpha t_1 K \Delta \theta_B \eta_3 v^3)^{1/2}}, \quad (4)$$

$$H(x_1) = \frac{2pt_3 \beta_r b^{1/2} \sin \theta_B}{V(1 - ptg \theta_B \cdot \cos \chi)^2 - p^2 \sin^2 \chi}, \quad p = \frac{x_1 \sin \chi}{t \cdot tg \theta_B},$$

$$Q = \frac{1}{2} K \chi_{or} (1 - b^{-1}) \gamma_g^{-1} t_3 - K \Delta \theta_B \gamma (t_3 + 2t_2),$$

$$K = |K|, \quad u = (\eta_1^2 - \eta_2^2)^{1/2}, \quad v = (\eta_1^2 - \eta_3^2)^{1/2},$$

$$\eta_1 = \alpha t, \quad \eta_2 = x_B - \alpha t, \quad \eta_3 = x_B - \alpha(t + 2t_2),$$

$$\alpha = \sin 2\theta_B / 2\gamma_g, \quad \beta = K(\chi_g \chi_{\bar{g}})^{1/2} \cdot b^{1/2} \cdot \cos \sec 2\theta_B, \quad b = \gamma_o / \gamma_g,$$

$$\gamma_o = \cos(\widehat{K_o^B, n}), \quad \gamma_g = \cos(\widehat{K_g^B, n}), \quad t = t_1 + t_2.$$

$$\Delta \theta_B = \theta'_B - \theta_B = -tg \theta_B \cdot \Delta d / d, \quad (5)$$

$$\Delta g = g' - g, \quad \Delta d = d' - d, \quad \mu_o = K \chi_{o1}.$$

E —амплитуда плосковолновой компоненты, K —волновой вектор плосковолновой компоненты в вакууме, K_o^B и K_g^B —волновые векторы падающей и отраженной волн, удовлетворяющих условию Брэгга в кинематической теории, g и g' —векторы обратной решетки соответственно в первом и втором кристаллах, θ_B и θ'_B —углы Брэгга в кинематической теории соответственно в первом и втором кристаллах, d и d' —межплоскостные расстояния отражающих плоскостей соответственно в первом и втором кристаллах, χ —угол между входными поверхностями кристаллов и отражающими плоскостями, χ_g —Фурье-коэффициент g -ого порядка ($g=0, g$) поляризуемости кристалла для рентгеновских лучей, $\chi_{\bar{g}}$ —сопряженный Фурье-коэффициент поляризуемости. χ_{or}, χ_{o1} и β_r , β_i —соответственно реальная и мнимая части χ_o и β , μ_o —нормальный линейный коэффициент поглощения рентгеновских волн, t_2 —толщина второго кристалла, n —единичный вектор внутренней нормали к входной поверхности, x_B и z_B —компоненты радиус-вектора r_B в системе координат xuz , x_1 —координата точки наблюдения в системе координат $x_1 O_1 y_1$.

Если предположить, что в члене $2\pi \Delta g r_B = 2\pi (g' - g) r_B$, входящем в аргумент φ косинуса в выражении (1), векторы дифракции g и g' отличаются на малую величину по модулю и направлению (имеет место поворот второго кристалла относительно первого вокруг оси CO_1 —рис. 1), т. е. $\Delta d/d \neq 0$ и $\epsilon \neq 0$, то выражение (1) будет представлять собой распределение интенсивности рентгеновских волн в интерференционной картине в рассматриваемом нами случае. Для учета поглощения рентгеновских лучей величины χ_o и β приняты за комплексные. В (1) осцилляции распределения интенсивности обусловлены третьим членом в фигурных скобках, так как первые два члена в зависимости от координаты меняются медленно, поэтому геометрическую форму интерференционных полос, формирующихся на выходной поверхности второго кристалла (область $EMNF$ на рис. 1) в результате интерференции волновых полей $\Phi_{og'}$ и $\Phi_{gg'}$, определим из условия максимума интенсивности

$$\varphi = 2\pi k, \quad (6)$$

где φ задается выражением (2), а k принимает целые значения. Раскрыв в (2) скалярное произведение, в условии (6) φ можем представить в следующем виде:

$$\varphi = H(x_1) + Q \pm 2\pi \frac{\varepsilon \sin \chi}{d} y_1 \pm 2\pi \frac{|\Delta d| \sin \chi}{d^2} x_1, \quad (7)$$

где знаки плюс и минус перед третьим членом соответствуют поворотам второго кристалла соответственно по и против хода часовой стрелки, а знаки плюс и минус перед последним членом — случаям, когда $\Delta d = d' - d > 0$ и $\Delta d < 0$. При $t_3 = 0$, т. е. когда в (7) $H(x_1) = 0$, из (6) и (7) получаем период смешанного муара в асимметричном случае Лауэ

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xy}^c / \sin \chi, \quad (8)$$

где

$$\sigma_{xy}^c = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)^{-1/2}, \quad \sigma_x = d^2 / |\Delta d|, \quad \sigma_y = d / \varepsilon,$$

σ_{xy}^c — период смешанного муара в симметричном случае Лауэ [8], σ_x и σ_y — период соответственно дилатационного и ротационного муара, который одинаков в случаях плоской [8] и сферической [9] падающей волны. Детальный анализ уравнения (6) для симметричного случая Лауэ (в этом случае левая часть (6) задается выражением (7) при $\chi = 90^\circ$) содержится в работе [4].

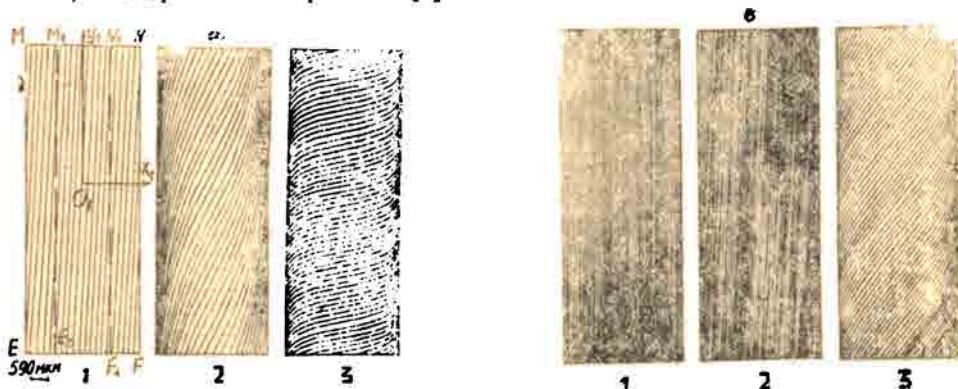


Рис. 2. Теоретические топограммы в асимметричном случае Лауэ ($\chi = 70^\circ$). Топограммы 1, 2, 3 построены соответственно для случаев угла поворота $\varepsilon = 0,01''$, $0,1''$, $1''$, а) $\Delta d/d = 10^{-8}$, б) $d\Delta/d = 10^{-6}$.

Таким образом, выражения (1) и (7) задают распределение интенсивности рентгеновских волн в интерференционной картине, получаемой на выходной поверхности второго блока в направлении отражения рентгеновских волн в первом блоке интерферометра для асимметричного случая Лауэ, когда величины $\Delta d/d$ и ε отличны от нуля и малы.

Из выражения (8) следует, что с уменьшением угла χ период σ_{xy} возрастает. На рис. 2 представлены теоретические топограммы, построенные с использованием (6) и (7) для некоторых значений $\Delta d/d$ ($\Delta d < 0$) и угла поворота ε второго кристалла вокруг оси CO_1 против хода часовой стрелки при $\chi = 70^\circ$. Расчеты проведены для интерферометра, состоящего из кристаллов Si с толщинами $t_1 = t_2 = 0,5$ см, излучения $MoK\alpha$, отражения (220), ширины зазора $t_3 = 350$ мкм. На рис. 2а (1—3) при-

ведены топограммы (область EMNF на рис. 1), построенные соответственно для значений угла поворота $\epsilon = 0,01'', 0,1'', 1''$, когда величина $\Delta d/d = 10^{-8}$, а на рис. 2в (1—3) приведены топограммы соответственно для значений $\epsilon = 0,01'', 0,1'', 1''$, когда $\Delta d/d = 10^{-6}$. В нижней части рис. 2а (1) приведен масштабный отрезок, длина которого на топограммах соответствует 590 микронам. Так как в обоих кристаллах имеет место аномальное бормановское прохождение рентгеновских лучей, то интенсивность значительна лишь в центральной части топограмм на рис. 2— например, в области $E_1M_1N_1F_1$ на рис. 2а (1) и в заштрихованной части на рис. 1 (на экспериментальных топограммах можно наблюдать именно эту область). В случаях на рис. 2а (1), 2в (1—3) интерференционная картина практически—это система прямых параллельных полос, в случаях же на рис. 2а (1, 2) кривизна интерференционных полос существенна. Как видно из топограмм, при увеличении угла взаимного поворота блоков ϵ увеличивается наклон полос, а большему значению величины $\Delta d/d$ соответствует меньший период на интерференционной картине.

Используя (1), для контраста интерференционных полос получим следующее выражение:

$$V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}) = \frac{2|\xi_1||\xi_2| \exp[-\beta_1(u+v) + \frac{1}{2} \mu_0 \gamma_g^{-1} (1 - b^{-1}) \cdot t_s]}{|\xi_1|^2 \exp[-2\beta_1 u] + |\xi_2|^2 \exp[-2\beta_1 v + \mu_0 \gamma_g^{-1} (1 - b^{-1}) \cdot t_s]} \quad (9)$$

Выражение (9) зависит от величины $\Delta d/d$, что следует из равенств (3)—(5), и не зависит от величины угла поворота ϵ . На рис. 3 приведен график зависимости (9) контраста V от величины $\Delta d/d$ (здесь $\Delta d > 0$), построенный для симметричного случая Лауэ ($\chi = 90^\circ$) в центре интерференционной картины ($x_1 = 0$) при тех значениях остальных параметров, для которых построены топограммы на рис. 2. Как видно из графика, при $\Delta d/d = 0$ контраст $V = 1$, а при больших значениях $\Delta d/d$ контраст значительно уменьшается: когда $\Delta d/d = 10^{-5}$, $V = 0,6$.

Автор выражает глубокую благодарность проф. П. А. Безирганяну за полезные обсуждения ряда вопросов.

Кафедра ФТТ

Поступила 15.02.1985

ЛИТЕРАТУРА

1. Authier A., Milne A. D., Sauvage M. X-ray dynamical contrast of a planar defect.— *Phys. stat. sol.*, 1963, v. 23, p. 469.
2. Bouse U., Hart M. X-ray diffraction by crystal containing a translation fault. *Phys. stat., sol.*, 1969, v. 33, p. 351.
3. Tanemura S., Lang A. R. Spherical wave theory of moire fringes produced under conditions of Borrmann transmission by two crystals separated by a gap.— *Z. naturforsch.*, 1973, v. 28 a, p. 668.
4. Aladzhadzhyan G. M., Besirganyan P. H., Kocharyan A. K. and Truni K. G. An investigation of the fine structure of X-ray interferograms.— *Phys. stat. sol.*, 1980, v. 58 a, p. 651.

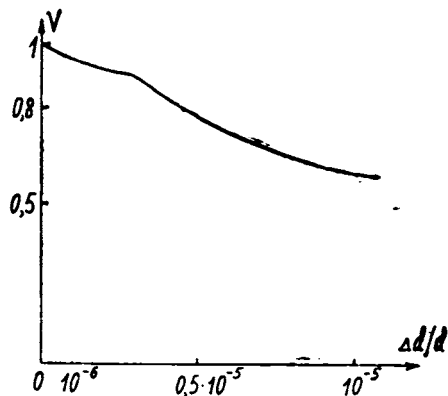


Рис. 3. График зависимости контраста V от величины $\Delta d/d$.

5. Арутюнян В. С. Дифракция сферических рентгеновских волн в двухкристалльном интерферометре. Асимметричное отражение по Лауэ.—Тез. докл. всесоюз. совещания: Визуализация рентгенодифракционных изображений дефектов в кристаллах (Цахкадзор), 1983.
6. Арутюнян В. С. Дифракция сферических рентгеновских волн в двухкристалльном интерферометре. Ротационный муар.—Уч. зап. ЕГУ, 1985, № 2 (159), с. 74.
7. Kato N. A theoretical study of pendellösung fringes —Acta cryst., 1951, v. 14, p. 526, 627.
8. Gevers R. Dynamical theory of moire fringe patterns.—Phil. Mag., 1962, v. 6, 1681.
9. Simon D. Authier A. Takagi's dynamical theory of X-ray diffraction.—Moire fringes., 1968, A24, p. 527.

Վ. Ս. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՄՏԵՐԻԿ ԱՆՔՆԵՐԻ ԳԻՃՐԱԿՑԻԱՆ ԵՐԿՐՑՈՒՐԵՂ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ: II. ԽԱՌԸ ՄՈՒԱՐ

Ա մ փ ո փ ու մ

Դիտարկված է ունեցողության սֆերիկ ալիքի դիֆրակցիան նեղ ճեղքով երկբյուրեղ համակարգում կառուցի ախմետրիկ դեպքում, երբ տեղի ունի բյուրեղների փոխադարձ պտույտ $\varepsilon \sim 0,01'' \div 1''$, և նրանց անդրադարձնող հարթությունների միջհարթությունային հեռավորությունները տարբերվում են $\Delta d/d \sim 10^{-8} \div 10^{-5}$ չափով: Բերված են տեսական ինտերֆերենցիոն պատկերները $\Delta d/d$ և ε մեծությունների տարբեր արժեքների համար: Հետազոտված է ինտերֆերենցիոն պատկերի կոնտրաստի կախումը $\Delta d/d$ մեծությունից: