ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 1994 Естественные науки

Физика

УДК 530.12; 531.51

Г.Г. АРУТЮНЯН, А.Э. МАЛУМЯН, В.В. ПАПОЯН

ОБ ОТСУТСТВИИ КОЛЛАПСА В ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ ТЯГОТЕНИЯ

Качественный анализ полевых уравнений обобщенной теории тяготения позволяет сделать заключение о невозможности коллапса в рамках этой теории.

Обратимся к анализу решений уравнений обобщенной теории тяготения для центрально-симметричного распределения вещества. Поле вне конфигурации определяется решением уравнений в пустоте для точечной массы. Такое решение найдено в аналитическом виде Гекманом [1]. На больших расстояниях от центра оно асимптотически переходит в решение Шварцшильда более частных уравнений эйнштейновской теории. Как известно, решение Шварцшильда обладает сингулярностью, обусловленной расходимостью метрики на расстоянии, равном гравитационному радиусу данной массы:

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

Именно наличием такой сингулярности во внешнем решении объясняется невозможность построения моделей с радиусами, меньшими r_g. Как показывает анализ внешнего решения Гекмана, оно не имеет аналогичной сингулярности, что наводит на мысль о существовании статических конфигураций с размерами, меньшими гравитационного радиуса.

В настоящей статье мы ограничимся качественным рассмотрением проблемы коллапса – аналогично тому, как это было сделано в эйнштейновской теории [2], располагая внутренними сферически-симметричными решениями, полученными в [3].

Пусть

$$dS^2 = g_{00} c^2 dt^2 - g_{11} dx^2 - g_{22} d\Omega^2. \quad (1)$$

Введем новые координаты R и T, согласно [2]:

$$cdT = cdt + f(x)\sqrt{g_{11}/g_{00}}\, dx, \quad (2)$$

$$dR = c\,dt + \frac{1}{f(x)}\sqrt{g_{11}/g_{00}}\;dx, \tag{3}$$

где $f(x)$ – произвольная функция. Подставив (2) и (3) в (1), устраним формально возникающую особенность, выбрав

$$f = \pm\sqrt{1 - g_{00}}\ , \tag{4}$$

тогда

$$R - cT = \int \sqrt{g_{11}g_{00}/(1 - g_{00})}\;dx\,. \tag{5}$$

Для метрики [4]

$$dS^2 = \left(\frac{\xi - 1}{\xi + 1}\right)^{1/\eta} c^2dt^2 - \frac{(\xi^2 - 1)}{(\xi - (1-a)/\eta)^2}dr^2 - r^2d\Omega^2\ ,$$

где $r = r_0\sqrt{\xi^2 - 1}\left(\dfrac{\xi + 1}{\xi - 1}\right)^{(1-a)/2\eta}$,

последнее выражение приобретает вид

$$R - cT = r_0\int\frac{\left(\dfrac{\xi - 1}{\xi + 1}\right)^{a/2\eta}d\xi}{\sqrt{1 - (\xi-1/(\xi + 1))^{1/\eta}}}\,, \tag{5'}$$

который в эйнштейновском пределе дает ($a = 0,\ \eta = 1$)

$$R - cT = r_0\int\frac{d\xi}{\sqrt{1 - (\xi-1/(\xi + 1))}} =$$

$$= \frac{r_0}{\sqrt{2}}\int\frac{d\xi}{\sqrt{1 + \xi}}\,. \tag{5''}$$

Таким образом, в новых координатах метрика лишена особенностей и нестационарна. Координата R везде пространственная, а T – временная. Как во всякой синхронной системе отсчета, линии времсни в ней являются геодезическими линиями. Заданным значениям в обоих случаях соответствуют мировые линии $R - cT = const$. Далее, рассматривается распространение радиальных световых сигналов. Уравнение $dS^2 = 0$ (при $\theta,\ \varphi = const$) дает для производной $c\dfrac{dT}{dR}$ вдоль луча

$$c\frac{dT}{dT} = f = \pm\sqrt{1 - g_{00}} = \pm\sqrt{1 - \left(\xi - 1/(\xi + 1)\right)^{1/\eta}} = \pm\sqrt{1 - \tau^{1/(1-a)}}\ , \tag{6}$$

где $\tau = (\xi - 1/(\xi + 1))^{(1-a)/\eta}$ – параметр в так называемом решении Гекмана. Разные знаки соответствуют наличию двух границ светового конуса с вершиной в заданной точке. В эйнштейновской теории ($a = 0,\ \eta = 1$)

$$r = \frac{2r_0}{1 - \tau}, \tag{7}$$

поэтому формально область $-\infty < \tau \leq 0$ соответствует изменению r в интервале $0 < r \leq 2r_0$, а $0 \leq \tau < 1$ – области $2r_0 \leq r < \infty$. Учитывая это, из (6)

$$c\frac{dT}{dR} = \pm\sqrt{1 - \tau} \tag{8}$$

заключаем: поскольку $r \in (0, 2r_0]$ соответствует $|c\frac{dT}{dR}| > 1$, а для $r \in$ $\in [2r_0, \infty)$ имеем $|c\frac{dT}{dR}| < 1$, то мировая линия покоящейся частицы вне области $r = 2r_0$ попадает в световой конус, а внутри нее – нет, т.е. для всех $r \leq 2r_0$ частица не может находиться в состоянии покоя (при определенном выборе знака в выражении (6) она движется к центру). Таким образом, общая теория относительности допускает явление коллапса.

Как обстоит дело в обобщенной теории тяготения? Из (6) в данном случае получаем

$$c\frac{dT}{dR} = \pm\sqrt{1 - \tau^{1/(1-a)}},\ r = \frac{\eta r_0}{\tau^{1/2 - h}(1 - \tau^{2h})},\ h = \frac{1}{2}\frac{\eta}{(1 - a)}. \tag{9}$$

В табл. 1-2 представлены результаты расчета h для различных центральных плотностей q_c и значений параметра ζ, выполненные в работе [3]. Используя эти данные, можно прийти к определенным выводам о наличии коллапса в обобщенной теории тяготения. Нетрудно убедится, что если $0 \leq a \leq 1$, то $h \geq \frac{1}{2}$, при этом

$$r = \eta r_0 \frac{\tau^{h - 1/2}}{1 - \tau^{2h}}$$

и вся область изменения $0 \leq r < \infty$ отображается в $0 \leq \tau < 1$. Поэтому согласно (9) $|c\, dT/dR| < 1$, а мировая линия покоящейся частицы для всех r находится внутри светового конуса. Если же $a > 1$, то $h < 0$, при этом

$$r = \frac{\eta r_0}{\tau^{1/2 + |h|}(1 - 1/\tau^{2|h|})}$$

и $\tau \in [1, \infty)$ соответствует $0 < r < \infty$. Поэтому и в этом случае $|c\, dT/dR| < 1$ и мировая линия покоящейся частицы для всех r находится внутри светового конуса.

Таблица 1

Зависимость параметра h от центральной плотности и значений параметра теории q_c (случай несингулярных начальных условий)

ζ / q_c	-1000	-250	-30	-5	0
0.01	0.50036	0.501438	0.51163	0.55984	0.8482
0.1	0.50026	0.501473	0.50867	0.56175	0.7439
0.33	0.50015	0.50059	0.50479	0.52433	0.61208
0.5	0.50010	0.50041	0.50326	0.51610	0.57362
1	0.50003	0.50013	0.50099	0.50460	0.51910

Итак, качественное рассмотрение не предсказывает коллапса в обобщенной теории тяготения. Непосредственная причина в том, что, как видно из таблиц, $h \neq 1/2$; хотя и есть конфигурации, где отличие h от $h^{\text{от о}} = \frac{1}{2}$ очень мало, тем не менее этого достаточно, чтобы на основании качественного рассмотрения говорить об отсутствии коллапса в обобщенной теории тяготения.

Таблица 2

Зависимость параметра h от центральной плотности и значений параметра теории q_c (случай сингулярных начальных условий)

ζ / q_c	-1000	-250	-30	-5	0
0.01	-215.04	-11.4242	-2.4617	-1.0433	-0.5166
0.1	1.273	1.3514	1.9055	10.97	-1.0802
0.33	0.6077	0.6190	0.6572	0.7475	1.1329
1	0.5154	0.5170	0.5238	0.5326	0.5371

Авторы выражают благодарность участникам семинара кафедры теоретической физики за обсуждение.

Кафедра теоретической физики

Поступила 30.03.1993

ЛИТЕРАТУРА

1. Jordan P. Schwerkraft und Weltall. Braunschweig: 1955.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М. : Наука, 1988.
3. Авакян Р.М., Арутюнян Г.Г., Папоян В.В. Звездные конфигурации из несжимаемой жидкости по обобщенной теории тяготения. - Астрофизика, 1990, т. 33, с. 79.
4. Арутюнян Г.Г., Папоян В.В. Гравитационное поле сосредоточенной массы в обобщенной теории тяготения. - Астрофизика, 1984, т. 21, с. 175.

Գ.Հ.ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Ա.Է. ՄԱԼՈՒՄՅԱՆ, Վ.Վ. ՊԱՊՈՅԱՆ

ԿՈԼԱՊՍԻ ԲԱՑԱԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ ԶԳՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՇՐՋԱՆԱԿՆԵՐՈՒՄ

Ամփոփում

Գրավիտացիայի ընդհանրացված տեսության հավասարումների որակական ուսումնասիրությունը թույլ է տալիս եզրակացնել, որ այդ տեսության շրջանակներում կոլապսը բացառվում է:

G. HAROUTYUNIAN, A.E. MALUMIAN, V.V. PAPOYAN

ABSENCE OF THE COLLAPSE PHENOMENON IN FRAMES OF THE GENERALIZED THEORY OF GRAVITY

Summary

The investigation of the equations Generalized Theory of Gravity has shown an absence of the Collapse phenomenon in the frames of that theory.