

Физика

УДК 524.7

М. Г. АБРАМЯН, Д. М. СЕДРАКЯН, М. А. ЧАЛАБЯН

ВЗАИМОПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ВЛОЖЕННЫЕ  
ТРЕХОСНЫЕ ЭЛЛИПСОИДЫ СО СФЕРОИДАЛЬНЫМ ГАЛО

Построены и исследованы бесстолкновительные модели синхронно вращающихся взаимоперпендикулярных трехосных эллипсоидов внутри дискового компонента и гало.

Последние систематические наблюдения SB-галактик дали обширную информацию о динамике и кинематике звезд в различных их компонентах (в дисках, барах, балджах) [1—3]. В частности было установлено, что балджи у них трехосные и, как правило, вытянутые перпендикулярно барам. В связи с этим возникла задача о равновесии системы из двух синхронно вращающихся однородных взаимопроникающих бесстолкновительных трехосных эллипсоидов с перпендикулярными большими осями с учетом гравитации дискового компонента и гало.

Решению этой задачи были посвящены работы [4—5]. В [4] вложенный трехосный эллипсоид (балдж) рассматривался легким и пренебрегалась его собственная гравитация. В указанном приближении условия равновесия удовлетворялись, когда звезды в балдже осциллировали противоположно его вращению.

Работа [5] была посвящена построению составной модели SB-галактики. При этом в динамике балджа учитывались как самогравитация балджа, так и гравитация бара и системы диск+гало, в то время как в динамике бара учитываются самогравитация бара и гравитация системы диск+гало. В качестве модели бара в указанной работе был выбран бесстолкновительный аналог S-эллипсоида Римана в системе диск+гало [6, 7], а в качестве моделей трехосных балджей—как бесстолкновительный, так и «жидкий» эллипсоиды с эллиптическими линиями тока в плоскости вращения. Было показано [5], что для обеспечения равновесия наблюдаемых форм системы бар+балдж при примерно одинаковых плотностях масс балдж должен характеризоваться быстрыми отрицательными внутренними течениями вещества. При этом полный угловой момент балджа должен быть направлен противоположно вращению всей системы.

В настоящей работе показано, что указанное свойство имеет место и для других составных моделей SB-галактик.

Как диск, так и гало в пределах бара представим однородными сфероидами, отличающимися степенью сплюснутости и значениями плотности массы. Поэтому потенциал во внутренней точке системы диск+гало представим в виде

$$V^* = -\pi G_{\text{рD}} (A^* (x^2 + y^2) + C^* z^2), \quad (1)$$

где  $\rho_D$  — объемная плотность диска,  $A^* = A_D + \frac{\rho_h}{\rho_D} A_h$ ;  $C^* = C_D + \frac{\rho_h}{\rho_D} C_h$ ,  
 $\rho_h$  — плотность массы гало,

$$A_{D,h} = 1 - \frac{1}{2} C_{D,h} = \frac{\sqrt{1 - e_{D,h}^2}}{e_{D,h}} (\arcsin e_{D,h} - e_{D,h} \sqrt{1 - e_{D,h}^2}), \quad (2)$$

$e_D, e_h$  — эксцентриситеты диска и гало соответственно.

**Система уравнений задачи.** Равновесие эллипсоидов внутри системы диск + гало в рассматриваемом приближении во вращающейся с баром угловой скоростью системе отсчета определяются уравнениями

$$\bar{\mathbf{v}} \frac{\partial \bar{f}}{\partial t} + [\Omega^2 \mathbf{R} + 2\bar{\mathbf{v}} \times \Omega + \nabla(V^* + V)] \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{\mathbf{v}}} = 0, \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{v}} \frac{\partial \bar{f}}{\partial \mathbf{r}} + [\Omega^2 \mathbf{R} + 2\mathbf{v} \times \Omega + \nabla(V^* + \bar{V} + V)] \frac{\partial \bar{f}}{\partial \mathbf{v}} = 0, \quad (4)$$

$$\nabla^2 \bar{V} = -4\pi G \int \bar{f} d\mathbf{v} = -4\pi G \bar{\rho} \theta \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} \right), \quad (5)$$

$$\nabla^2 V = -4\pi G \int f d\mathbf{v} = -4\pi G \rho \theta \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} \right), \quad (6)$$

где черточками указаны характеристики бара. Очевидно, что равновесие вложенных друг в друга трехосных эллипсоидов возможно лишь при их синхронном вращении, что и учтено в уравнениях (3), (4). Решение уравнения Пуассона во внутренних точках бара и балджа выражаются известными формулами [8]

$$\bar{V} = -\pi G \bar{\rho} (\bar{A}x^2 + \bar{B}y^2 + \bar{C}z^2), \quad (7)$$

$$V = -\pi G \rho (Ax^2 + By^2 + Cz^2). \quad (8)$$

Здесь  $\bar{A} < \bar{B} < \bar{C}$ ;  $B < A < C$  выражаются через эллиптические интегралы, зависящие от отношения полуосей трехосных эллипсоидов;  $\bar{\rho}, \rho$  — объемные плотности бара и балджа соответственно. Предполагается, что бар вытянут вдоль оси  $x$ ;  $\bar{a} \equiv 1 > \bar{b} > \bar{c}$ , а балдж — вдоль оси  $y$ ;  $b > a \geq c$ . В частности, для вытянутых в плоскости вращения двухосных эллипсоидов (кувыркающиеся сфериды) параметры  $A < \bar{B} = \bar{C}$  и  $B < A = C$  выражаются через элементарные функции [8]. В уравнениях (3) и (4)  $\mathbf{R} = \hat{i}x + \hat{j}y$ ,  $\Omega = \hat{k}\Omega$ ,  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  — декартовы орты вращающейся системы координат.

Уравнения движения звезд бара во вращающейся системе отсчета с учетом (1) и (7) имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= (\Omega^2 - 2\bar{A} - 2\bar{\kappa}\bar{A}^*)x + 2\Omega\dot{y}, \\ \ddot{y} &= (\Omega^2 - 2\bar{B} - 2\bar{\kappa}\bar{A}^*)y - 2\Omega\dot{x}, \\ \ddot{z} &= -2(\bar{C} + \bar{\kappa}C^*)z, \end{aligned} \quad (9)$$

а уравнения движения звезд балджа —

$$\ddot{x} = (\Omega^2 - 2\bar{A} - 2\bar{\kappa}\bar{A}^* - 2\kappa A)x + 2\Omega\dot{y},$$

$$\begin{aligned}\ddot{y} &= (\Omega^2 - 2\bar{B} - 2\bar{\kappa}A^* - 2\kappa B)y - 2\Omega\dot{x}, \\ \ddot{z} &= -2(\bar{C} + \bar{\kappa}C^* + \kappa C)z,\end{aligned}\quad (10)$$

где время измеряется в единицах  $(\pi G \bar{\rho})^{-1/2}$  и введены обозначения

$$\bar{\kappa} = \rho_D / \bar{\rho}; \quad \kappa = \rho / \bar{\rho}. \quad (11)$$

**Трехосный балдж Римана внутри бара Фримана с гало.** Обобщим модель Фримана [9], рассматривая сбалансированные вдоль длинной оси трехосные эллипсоиды внутри системы диск+гало:

$$\Omega^2 = 2\bar{A} + 2\bar{\kappa}A^*. \quad (12)$$

При этом уравнения (9) примут вид

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 2\Omega\dot{y}, \\ \ddot{y} + 2\Omega\dot{x} &= -2(\bar{B} - \bar{A})y, \\ \ddot{z} &= -\bar{\omega}^2 z,\end{aligned}\quad (13)$$

$$\text{где} \quad \bar{\omega}^2 = 2C + 2\bar{\kappa}C^*. \quad (14)$$

Система уравнений (13) отличается от соответствующей системы работы Фримана [9] лишь значениями  $\Omega$  и  $\omega$ . Следовательно, осесимметричная система диск+гало качественно не меняет фазовую структуру эллипсоидов Фримана;

$$\begin{aligned}\bar{r} &= \frac{\bar{p}}{\pi\beta\omega\bar{b}\bar{c}} \delta(\bar{v}_x - 2\Omega y) \delta\left(\frac{(\bar{v}_y + 2\Omega\bar{b}^2 x)^2}{\beta^2 \mu^2 \bar{b}^4} + \frac{\bar{v}_z^2}{\omega^2 \bar{c}^4} + \right. \\ &\quad \left. + x^2 + \frac{y^2}{\bar{b}^2} + \frac{z^2}{\bar{c}^2} - 1\right),\end{aligned}\quad (15)$$

$$\text{где} \quad \beta^2 = 2(\bar{B} - \bar{A}) + 4\Omega^2; \quad \mu^2 = 1 - \frac{4G^2 \bar{b}^2}{g^2}.$$

Изменения имеют количественный характер. В частности сильно вытянутые ( $\bar{a} \equiv 1 \gg \bar{b}, \bar{c}$ ) трехосные бары теперь не являются неподвижными, а вращаются с угловой скоростью  $\Omega = \sqrt{2\bar{\kappa}A^*}$ .

Уравнения движения звезд балджа внутри вышеуказанного бара с учетом (12) примут вид

$$\begin{aligned}\ddot{x} - 2\Omega\dot{y} &= -2\kappa Ax; \quad \ddot{y} + 2\Omega\dot{x} = -2\kappa By + 2(\bar{A} - \bar{B})y; \\ \ddot{z} &= -\omega^2 z,\end{aligned}\quad (16)$$

$$\text{где} \quad \omega^2 = \bar{\omega}^2 + 2\kappa C. \quad (17)$$

Из (16) легко видно, что балдж не может быть сбалансированным эллипсоидом.

Представим решение уравнений (16) в виде

$$x = \varepsilon a e^{i\lambda \Omega t}; \quad y = -i \varepsilon b e^{i\lambda \Omega t}; \quad z \sim e^{i\omega t}; \quad 0 \ll \varepsilon \ll 1, \quad (18)$$

представляющие движения звезд по концентрическим эллиптическим

орбитам в плоскости вращения ( $x, y$ ) и гармонические колебания с частотой  $\omega$ —по оси вращения. В (18)  $\lambda$ —постоянный параметр, представляющий отношение частоты осцилляций звезд в балдже на угловую скорость вращения системы балдж+бар. Положительному значению  $\lambda$  соответствует внутреннее течение вещества балджа по направлению его вращения, а отрицательному—наоборот. С учетом (18) уравнения (16) примут вид

$$\Omega^2 \left( \lambda^2 + 2\lambda \frac{b}{a} \right) = 2\kappa A,$$

$$\Omega^2 \left( \lambda^2 + 2\lambda \frac{a}{b} \right) = 2\kappa B + 2(\bar{B} - \bar{A}). \quad (19)$$

Решая эти уравнения относительно  $\lambda$  и  $\kappa$ , находим

$$\lambda_{\pm} = \frac{B/A - a^2/b^2}{(1 - B/A)a/b} \pm \sqrt{\left( \frac{B/A - a^2/b^2}{(1 - B/A)a/b} \right)^2 + \frac{\bar{B}/\bar{A} - 1}{(1 + \bar{\kappa}A^*/\bar{A})(1 - B/A)}}. \quad (20)$$

$$\kappa_{\pm} = \frac{\bar{A} + \bar{\kappa}A^*}{A} \left( \lambda_{\pm}^2 + 2\lambda_{\pm} \frac{b}{a} \right). \quad (21)$$

Полученные соотношения дают кинематические и динамические характеристики трехосного балджа, синхронно вращающегося внутри бара Фримана с учетом гало. При этом функция распределения звезд балджа, удовлетворяющая уравнениям (4), (6), имеет вид

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{\rho}{\pi c \omega} \frac{\delta\left(v_x + \lambda \frac{\Omega a}{b} y\right) \delta\left(v_y - \lambda \frac{\Omega b}{a} x\right)}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - \frac{v_z^2}{c^2 \omega^2}}} \times$$

$$\times \theta\left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} - \frac{v_z^2}{c^2 \omega^2}\right). \quad (22)$$

Как следует из (20) и (21) возможны барджи с осцилляциями звезд как по направлению вращения фигуры  $\lambda_+ > 0$  (ветвь +), так и противоположно вращению  $\lambda_- < 0$  (ветвь --). При этом фигурам ветви (+) соответствуют большие относительные значения плотности и частоты осцилляций звезд в плоскости вращения ( $x, y$ ), чем фигурам ветви (--) той же геометрии:  $\kappa_+ > \kappa_-$  и  $\lambda_+ > |\lambda_-| > 1$ .

Свойства вложенных трехосных эллипсоидов обеих ветвей сильно зависят как от геометрии баров Фримана, так и от значения параметра  $\bar{\kappa}A^*$  системы диск+гало.

Кривые на графиках рис. 1 и рис. 2 представляют зависимости равновесных значений параметров  $\kappa_-$  (1а; 2а),  $\kappa_+$  (1б; 2б) и  $|\lambda_+|$  (1г; 2г) трехосных эллипсоидов от отношения  $a/b$  внутри двух достаточно плоских ( $c/\bar{a}=0,09$ ) баров Фримана (без системы диск+гало—рис. 1; с системой диск+гало с  $\bar{\kappa}A^*=0,1$ —рис. 2), отличающихся степенью вытянутости в плоскости вращения:  $b/a=0,19$  и  $b/\bar{a}=0,51$ . Разные кривые соответствуют разным значениям сплюснутости вложенных эллипсоидов в плоскости ( $z, y$ ):  $c/b=0,09; 0,17; 0,34; 0,71$ .

Рассмотрим свойства фигур ветвей (+) и (–) в отдельности.

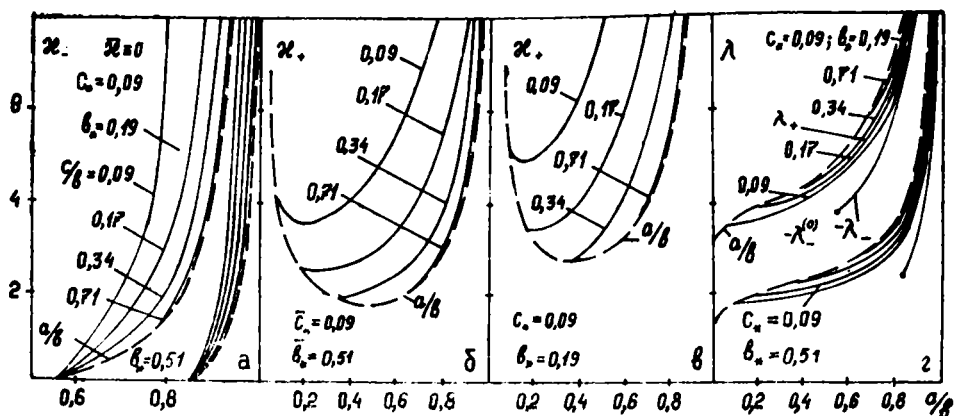


Рис. 1.

Трехосные эллипсоиды с противоположными вращению осциллирующими звезд (ветвь (—)). Вытянутость эллипсоидов этой ветви и частота осциллирующей звезд в плоскости вращения ограничены значениями

$$|\lambda_-| \geq |\lambda_-^{(0)}| = \sqrt{4 + \frac{\bar{B}\bar{A} - 1}{1 + \bar{\alpha}A^*/\bar{A}}}, \quad (23)$$

$$a/b \geq (a/b)_0 = -2\lambda_-^{(0)},$$

где  $\lambda_-^{(0)}$  и  $(a/b)_0$  соответствуют легким эллипсоидам, самогравитацией которых можно пренебречь по сравнению с гравитацией бара ( $\kappa=0$ ) [4]. Так что легкие эллипсоиды являются первыми членами последовательностей, вложенных трехосных эллипсоидов ветви (—). Значения  $\lambda_-^{(0)}$  и  $(a/b)_0$ , как видно из (23), сильно зависят как от геометрии баров Фримана, так и от свойств системы диск+гало. Чем сильнее асимметричность бара в плоскости вращения, тем быстрее осциллируют звезды в балдже и тем больше вытянуты балджи. Например, внутри бара Фримана с  $\bar{c}/\bar{a}=0,09$ ,  $\bar{b}/\bar{a}=0,19$  без гало имеем  $(a/b)_0=0,55$ , а внутри бара с  $\bar{c}/\bar{a}=0,09$ ,  $\bar{b}/\bar{a}=0,51$  —  $(a/b)_0=0,84$  (рис. 1а). Наличие системы диск+гало приводит к увеличению значения  $(a/b)_0$ : 0,73 и 0,91 соответственно (рис. 2а).

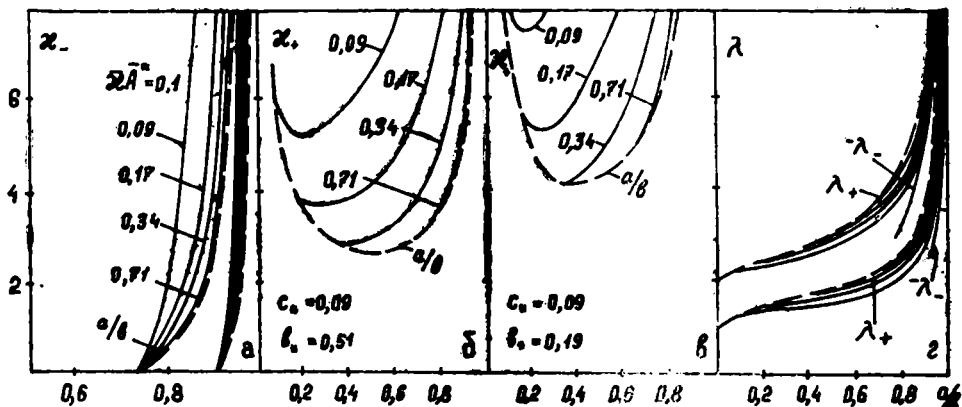


Рис. 2.

Для обеспечения равновесия менее вытянутых, чем  $(a/b)_0$  трехосных эллипсоидов, необходимы все большие значения относительной

плотности  $\kappa_-$  и еще быстрые отрицательные осцилляции звезд ( $\lambda_-$ ). Рост относительных плотностей  $\kappa_-$  — вложенных эллипсоидов с ростом  $a/b$  так стремителен (особенно при меньших значениях  $c/b$ ), что вытянутости балджей умеренных относительных плотностей ненамного превосходят соответствующие значения  $(a/b)_0: a/b \approx (a/b)_0$  (рис. 1а, 2а). Фигуры с  $\kappa_- \gg 1$  выходят за рамки настоящего рассмотрения, так как при этом необходим учет влияния балджа на динамику бара.

Угловой момент балджа относительно инерциальной системы отсчета определяется формулой

$$L = \frac{M}{5} (a^2 + b^2) \left( 1 + \frac{2ba\lambda}{a^2 + b^2} \right) \Omega.$$

Расчеты показывают, что вторая скобка для балджей с  $\lambda < 0$  всегда отрицательна. Поэтому угловой момент балджа ветви (—) направлен противоположно вращению системы ( $L < 0$ ).

**Трехосные эллипсоиды с осцилляциями частиц по направлению вращения (ветвь +).** Здесь возможны балджи любой геометрии. Однако, как видно из рис. 1б, в; 2б, в, эллипсоидам с близкими к нулю и единице отношениями  $a/b$ ;  $c/b$  соответствуют очень большие значения относительных плотностей  $\kappa_+$ . Как у эллипсоидов ветви (—), наибольшие значения  $\kappa_+$  для данного  $a/b$  соответствуют фигурам с меньшими  $c/b$ , а наименьшие значения  $\kappa_+$  — двухосным барам с  $c/b = a/b$ . Зависимость  $\lambda_+$  от  $a/b$  сильная, а от  $c/b$  — слабая (рис. 1г, 2г). Эллипсоидам внутри менее асимметричных баров соответствуют меньшие относительные плотности  $\kappa_+$ . Учет гравитации системы диск+гало увеличивает соответствующие значения  $\kappa_+$  (рис. 2б, в). Так как в реальных SB-галактиках  $\kappa \approx 1$  и  $a/b$ ,  $c/b$  — малые величины, то очевидно, что их балджи должны иметь отрицательные внутренние течения вещества ( $\lambda < 0$ ).

Следовательно, независимо от выбора моделей бара и перпендикулярного ему балджа, при условии их синхронного вращения бар и балдж должны иметь противоположно направленные полные угловые моменты, если они имеют примерно одинаковые значения парциальной плотности массы. Поэтому вывод предыдущей работы [5] о невозможности образования перпендикулярного к бару балджа из газового компонента диска, переносимого баром в центр галактики, практически не зависит от выбора моделей бара и балджа.

Кафедра общей физики ЕГУ, ЕрПИ

Поступила 12.06.1986

## ЛИТЕРАТУРА

1. J. Kormendy. The velocity dispersion in the disk of the SBO galaxy NGC 936. — *Astrophys. J.*, 1984, v. 286, p. 132—143.
2. J. Kormendy. The stellar kinematics and dynamics of barred spiral galaxies. I. NGC 936. — *Astrophys. J.*, 1983, v. 275, p. 529—548.
3. J. Kormendy. Rotation of the bulge components of barred galaxies. — *Astrophys. J.*, 1982, v. 257, p. 75—88.
4. М. Г. Абрамян. Простейшие модели SB-галактик с перпендикулярным к бару трехосным балджем — Письма в Астрон. ж., 1985, т. II, № 8. с.583—589.
5. М. Г. Абрамян, Д. М. Седракян, М. А. Чалабян. Эллипсоидальные подсистемы в SB-галактиках. — Астрон. ж., 1986, т. 63, № 4.
6. М. Г. Абрамян. Бесстолкнительные аналоги S-эллипсоидов Римана с гало. — Астрофизика, 1986, т. 25, № 1.

7. М. Г. Абрамян. Вложенные бесстолкновительные эллипсоиды.—Уч. записки ЕГУ, 1978, № 1 (138), с. 62—73.
8. С. Чандрасекар. Эллипсоидальные фигуры равновесия. М.: Мир, 1973, 277 с.
9. K. C. Freeman. Structure and evolution of barred spiral galaxies. II. — Monthly Notices Roy. Astr. Soc., 1966, v. 134, p. 1—15.

## Ա մ փ ո փ ու մ

**Կառուցված և հետազոտված են սինքրոն պտտվող փոխուղղահասյաց եռառանցք էլիպսոիդների շրնդհատվող մոդելներ սկավառակային բաղադրիչի և հալոյի ներսում:**

## Summary

Continuous models for synchronously rotating mutually perpendicular triaxial ellipsoids have been constructed and studied inside the disk-like component and halo.