ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 1, 1985 Естественные науки

Физика

УДК 532.132

В. М. ГАСПАРЯН, Г. С. МКРТЧЯН, К. М. ШАХАБАСЯН

МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ НЕЙТРОННОЙ ВИХРЕВОЙ РЕШЕТКИ ПУЛЬСАРА

Рассмотрена нейтронная вихревая решетка во вращающейся нейтронной звезде, обладающая из-за эффекта увлечения магнитным полем. Показано, что нейтронные вихри в основном массиве звезды имеют прямолинейную форму и только у поверхности изгибаются и выходят наружу перпендикулярно. Магнитное поле вихревой решетки имеет дипольный характер.

1. Целью настоящей работы является определение магнитного поля нейтронной вихревой решетки, возникшей в сферической нейтронной звезде [1—6]. Для определения поля существенное значение имеет форма нейтронных вихревых нитей. Форма нейтронных вихрей без учета магнитного поля, созданного эффектом увлечения, была рассмотрена в работах [7, 8].

Для нахождения формы нейтронных вихревых нитей с учетом эффекта увлечения воспользуемся методом, предложенным в работе [8]. В цилиндрическом контейнере, боковые образующие которого параллельны оси вращения, вихревые нити представляют собой прямые, также параллельные этой оси. В сферическом контейнере граничное условие перпендикулярности вихря к поверхности приводит к искривлению вихрей, удаленных от оси вращения. Форма вихревой нити определяется условием равновесия сил.

$$\rho'_{22}\varkappa_2[\mathbf{v}_2-\mathbf{v},\ \boldsymbol{\tau}]+\frac{E}{R_k}\mathbf{n}=0. \qquad (1)$$

Здесь первое слагаемое—сила Магнуса, а второе—спрямляющее усилие изогнутого нейтронного вихря [9]. В выражении (1) $\mathbf{v}=[\Omega\rho]$—скорость движения вихревой нити, $\boldsymbol{\tau}$ и $\mathbf{n}$—орты касательной и нормали к вихревой нити $R_k=(1+\rho'^2)^{3/2}/\rho''$—радиус кривизны нити, $\rho'=\frac{d\rho}{dz}$, $\rho''=\frac{d^2\rho}{dz^2}$, $\rho=\rho(z)$—уравнение вихревой нити в цилиндрических координатах, E—внутренняя энергия единицы длины нейтронной вихревой нити [6]:

$$E=\rho'_{22}\frac{\varkappa_2^2}{8\pi}\ln\frac{b^2}{\xi_2^2}+\left(\frac{\Phi_1}{4\pi\lambda}\right)^2\ln\frac{\lambda}{\xi_1}, \qquad (2)$$

где $\rho'_{22}=\rho_{22}-\rho_{12}^2/\rho_{11}$; ρ_{22}, ρ_{11}, ρ_{12}—соответственно плотности масс неувлеченной части сверхтекучих нейтронов, неувлеченной части сверхтекучих протонов и масс увлечения, $b=\left(\frac{\varkappa_2}{2\pi\Omega}\right)^{1/2}$ —внешний радиус нейтронного вихря, ξ_1 и ξ_2—соответственно длины когерентностей нейтронов и протонов, $\varkappa_2=\pi\hbar/m_2$—квант циркуляции нейтронов, $\Phi_1=\left(\frac{m_1\rho_{12}}{m_2\rho_{11}}\right)\Phi_0$ — поток магнитной индукции нейтронного вихря, $\Phi_0=\frac{\pi\hbar c}{e}$—квант магнитного потока, $\lambda=\left(\frac{m_1^2c^2}{4\pi e^2\rho_{11}}\right)^{1/2}$—глубина проникновения магнитного поля. Второе слагаемое в формуле (2) представляет собой магнитную энергию нейтронной вихревой нити, обусловленную эффектом увлечения части сверхтекучих протонов сверхтекучими нейтронами. Отметим, что внутренняя энергия E логарифмически зависит от отношения $\frac{b}{\xi_2}$ и $\frac{\lambda}{\xi_1}$, она не зависит от широты звезды, и ее можно с логарифмической точностью считать постоянной. Поэтому мы полагаем постоянной величину ε_s, равную

$$\varepsilon_s=\frac{E}{\varkappa_2\rho_{22}'}=\frac{\varkappa_2}{8\pi}\left\{\ln\frac{\varkappa_2}{2\pi\Omega\xi_2^2}+\frac{2\rho_{12}^2}{\rho_{22}'\rho_{11}}\ln\frac{\lambda}{\xi_1}\right\}. \qquad (3)$$

Вдоль вихревой нити постоянна также циркуляция Г сверхтекучей скорости нейтронов $V_2(\rho, z)$ по окружности радиуса $\rho(z)$ [8]:

$$2\pi\rho(z)V_2(\rho(z), z)=\Gamma(\rho_1)=2\pi\rho(0)v_s(\rho(0), 0)=2\pi\rho_1 v_s(\rho_1), \qquad (4)$$

где $\rho_1=\rho(0)$—расстояние от оси вращения до нити в экваториальной плоскости.

Таким образом, уравнение (1) можно преобразовать следующим образом:

$$\varepsilon_s\frac{\rho''}{(1+\rho'^2)^{3/2}}+\frac{\Gamma(\rho_1)}{2\pi\rho}=\Omega\rho. \qquad (5)$$

Первое слагаемое в уравнении (5) есть собственный вклад в скорость вихря, второе слагаемое—сумма вкладов в нее других вихрей [8].

Первый интеграл уравнения (5) запишется в виде

$$\frac{\varepsilon_s}{\sqrt{1+\rho'^2}}-\frac{\Gamma(\rho_1)}{2\pi}\ln\rho+\frac{1}{2}\Omega\rho^2=\mathrm{const}. \qquad (6)$$

Аналогичное уравнение получено вариационным методом в работе [10]. Используя граничные условия в экваториальной плоскости $\rho(0)=\rho_1$, $\rho'(0)=0$ и в точке пересечения вихря со сферой $\rho(z_2)=\rho_2=\sqrt{R^2-z_2^2}$, $\rho'(z_2)=$ $=\frac{\rho_2}{z_2}$, имеем

$$\Omega(\rho_2^2-\rho_1^2)-\frac{\Gamma(\rho_1)}{\pi}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}=2\varepsilon_s\left(1-\sqrt{1-\frac{\rho_2^2}{R^2}}\right). \qquad (7)$$

Второе уравнение, необходимое для определения ρ_2 и $P(\rho_1)$ по данному ρ_1 имеет вид

$$\sqrt{R^2-\rho_2^2}=\int_{\rho_1}^{\rho_2}\frac{d\rho}{\rho'}. \qquad (8)$$

Производная ρ' определяется из уравнения (6), в котором постоянная интегрирования задается граничным условием в экваториальной плоскости.

Приближенное решение системы уравнений (7), (8) имеет вид [8]

$$1-\frac{\Gamma(\rho_1)}{2\pi\Omega\rho_1^2}\approx 4\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1}\exp\left[-\sqrt{\frac{2\Omega}{\varepsilon_s}(R^2-\rho_2^2)}\right], \quad (9)$$

$$\left(\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1}\right)^2\approx\frac{\varepsilon_s}{\Omega\rho_1^2}\left(1-\sqrt{1-\frac{\rho_2^2}{R^2}}\right). \quad (10)$$

Здесь R—радиус «пре»-фазы нейтронной звезды. В процессе решения системы уравнений (7), (8) предполагалось, что разность между $\Gamma(\rho_1)$ и $2\pi\Omega\rho_1^2$ мала. Учитывалось также, что из-за однородности решетки число вихрей, находящихся внутри окружности радиуса ρ_1, весьма велико:

$$N_1=\frac{2\Omega}{\varkappa_2}\pi\rho_1^2=\frac{2m\Omega\rho_1^2}{\hbar}\gg 1. \quad (11)$$

Неравенство (11) выполняется в нейтронных звездах с большим запасом, так как типичные угловые скорости их вращения $\Omega\sim 1$ c^{-1} намного превышают критическую угловую скорость возникновения вихрей $\Omega_{c1}\sim 10^{-14}$ c^{-1} [6].

Из формулы (10) следует, что нейтронные вихревые нити в основном массиве «пре»-фазы параллельны оси вращения. Они искривляются и выходят наружу в перпендикулярном направлении в небольшом слое вблизи поверхности, имеющем размеры, значительно меньшие межвихревых. Относительное смещение $\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1}$ порядка $6\cdot 10^{-9}$ для угловой скорости $\Omega\sim 200$ c^{-1}. Абсолютное смещение $\Delta\rho=\rho_2-\rho_1$ на расстоянии $\sim R$ от оси вращения порядка 10^{-3} *см*.

2. Определим магнитное поле нейтронной вихревой решетки, возникшее в сферической звезде из-за эффекта увлечения части сверхтекучих протонов сверхтекучими нейтронами. Поскольку нейтронные вихревые нити в «пре»-фазе всюду параллельны оси вращения и только в непосредственной близости от поверхности искривляются и выходят наружу перпендикулярно, то, очевидно, такую же форму будут иметь силовые линии индукции и напряженности магнитного поля, создаваемого увлеченными протонами. Напряженность магнитного поля H меньше значения нижнего критического поля H_{c1}, необходимого для появления протонных вихревых нитей с потоками Φ_0 в конденсате неувлеченных протонов. Поэтому радиальную компоненту B_r индукции, созданную нейтронными вихрями на поверхности звезды можно представить в виде

$$B_{r/s}=\frac{\Phi_1}{R^2}\sum_{\theta_i\varphi_i}\{\delta(\varphi-\varphi_i)\delta(\cos\theta-\cos\theta_i)-\delta(\varphi-\varphi_i)\delta(\cos\theta-\cos(\theta_i-\pi_i))\}. \quad (12)$$

Здесь φ_i, θ_i; φ_i, $\pi-\theta_i$—угловые координаты точек выхода i-ой нити на поверхности; суммирование по φ_i и θ_i ведется в пределах $0<\varphi_i<2\pi$; $0<\theta_i<\frac{\pi}{2}$. Выражение индукции (12) справедливо при условии $\lambda\ll b\ll\ll R$. Это условие для нейтронной звезды с характерным радиусом $R\sim 10^6$ *см* и угловой скоростью $\Omega\sim 1c^{-1}$ выполняется очень хорошо:

$b \sim 10^{-2}$ *см*, а $\lambda \sim 10^{-11}$ *см*. Условие полноты для сферических функций [11] позволяет записать выражение для B_{rls} в виде

$$B_{rls} = \frac{\Phi_1}{R^2} \sum_{\theta_l \varphi_l} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} Y_{em}(\theta, \varphi)[Y^*_{em}(\theta_l, \varphi_l) - Y^*_{em}(\theta_l - \pi, \varphi_l)]. \qquad (13)$$

Распределение индукции вне звезды описывается следующими уравнениями:

$$\mathrm{rot}\mathbf{B} = 0, \quad \mathrm{div}\mathbf{B} = 0. \qquad (14)$$

Для нахождения решения уравнений (14) введем скалярный потенциал магнитного поля следующим образом:

$$\mathbf{B} = -\mathrm{grad}\, \psi. \qquad (15)$$

Решение уравнений (14), удовлетворяющее граничному условию (13), имеет вид

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{\Phi_1}{R^2} \sum_{\theta_l \varphi_l} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \frac{1}{(l+1)} \frac{R^{l+2}}{r^{l+1}} Y_{lm}(\theta, \varphi)[Y^*_{lm}(\theta_l, \varphi_l) -$$

$$- Y^*_{lm}(\theta_l - \pi, \varphi_l)]. \qquad (16)$$

Радиальная компонента индукции B_r (r, θ, φ), соответствующая скалярному потенциалу $\psi(r, \theta, \varphi)$ (16), при $r = R$ переходит в (13). Учитывая далее, что число dN нейтронных вихрей, выходящих нормально на поверхность в телесном угле $d\Omega$, равно:

$$dN = \frac{R^2}{b^2} \cos\theta d\Omega, \qquad (17)$$

и переходя поэтому в (16) от суммирования к интегрированию по следующему правилу:

$$\sum_{\theta_l \varphi_l} \to \int \frac{R^2}{b^2} \cos\theta d\Omega, \qquad (18)$$

получим для скалярного потенциала ψ магнитного поля дипольное выражение

$$\psi(r, \theta) = \mu V \frac{\cos\theta}{r^2}. \qquad (19)$$

Здесь $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ — объем звезды, $\mu = \frac{3\Phi_1}{8\pi b^2} = \frac{3\bar{B}}{8\pi}$ — удельный магнитный момент звезды, $\bar{B} = \Phi^1/b^2$ — средняя индукция внутри звезды. Выражение (17) получено из условия постоянства плотности нейтронных вихрей в экваториальной плоскости звезды. Для однородной решетки это условие выполняется.

Таким образом, магнитное поле нейтронной вихревой решетки в звезде имеет дипольный характер. Принципиальным для получения такого простого результата явилось предположение о нормальном выходе нити на поверхность. Если бы нить при выходе на поверхность не изгибалась, то выражение для радиальной компоненты B_{rls} имело бы вид

$$B_{rls} = \frac{\Phi_1}{R^2} \sum_{\theta_l \varphi_l} \cos\theta_l \{\delta(\varphi - \varphi_l)\delta(\cos\theta - \cos\theta_l) - \delta(\varphi - \varphi_l)\delta(\cos\theta - \cos(\theta_l - \pi_l))\}. \qquad (20)$$

Соответствующий этому граничному условию потенциал ψ может быть представлен в виде

$$\psi(r, \theta, \varphi)=\frac{\Phi_1}{R^2}\sum_{\theta_1\varphi_1}\cos\theta_1\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l}\frac{1}{l(l+1)}\frac{R^{l+2}}{r^{l+1}}Y_{lm}(\theta, \varphi)[Y_{lm}^{*}(\theta_1\varphi_1)-$$

$$-Y_{lm}^{*}(\theta_1-\pi, \varphi_1)] \qquad (21)$$

Если теперь в (21) перейти к интегрированию по формуле (18), то мы не придем к дипольному ответу (19). Из вида формулы (21) очевидно, что для получения дипольного ответа необходимо переходить от суммы по φ_1, θ_1 к интегралам по правилу

$$\sum_{\theta_1,\varphi_1}\to\frac{1}{2}\int\frac{R^2}{b^2}d\Omega. \qquad (22)$$

Коэффициент 1/2 необходим для того, чтобы полное число вихрей внутри звезды было бы по-прежнему равно заданной величине

$N=\frac{\pi R^2}{b^2}$:

$$N=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2}\frac{R^2}{b^2}\sin\theta d\theta\, d\varphi=\frac{\pi R^2}{b^2}. \qquad (23)$$

Переход к интегрированию по формуле (22) эквивалентен предположению о равномерном распределении точек выхода нитей на поверхность звезды. Так как вихри не изгибаются, это эквивалентно утверждению о неравномерной плотности вихрей в экваториальной плоскости звезды.

Переходя в (21) к интегрированию, согласно (22) получим выражение типа (19), но с вдвое меньшим значением μ. Причиной этому— коэффициент 1/2 в формуле (22).

Авторы благодарят Д. М. Седракяна за полезное обсуждение.

Кафедра общей физики,
кафедра теоретической физики

Поступила 5.07.1984

ЛИТЕРАТУРА

1. **Саакян Г. С.** Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс. М.: Наука, 1972.
2. **Гинзбург В. Л., Киржниц Д. А.** О сверхтекучести нейтронных звезд.—ЖЭТФ, 1964, т. 47, с. 2006.
3. **Гинзбург В. Л.** Пульсары.— УФН, 1971, т. 103, с. 393.
4. **Седракян Д. М., Шахабасян К. М.** Протонный ток в «npe»-фазе нейтронных звезд.— Докл. АН Арм. ССР, 1980, т. 70, с. 28.
5. **Седракян Д. М., Шахабасян К. М.** Об одном механизме генерации магнитного поля в пульсарах.—Астрофизика, 1980, т. 16, с. 727.
6. **Седракян Д. М., Шахабасян К. М., Мовсисян А. Г.** О термодинамике сверхтекучих растворов в «npe»-фазе нейтронной звезды.— Астрофизика, 1983, т. 19, с. 303.
7. **Седракян Д. М., Саввиди Г. К.** Форма квантовых вихревых нитей во вращающихся нейтронных звездах.—Астрофизика, 1979, т. 15, с. 359.
8. **Кикнадзе Л. В., Мамаладзе Ю. Г.** Квантованные вихри в сферическом объеме сверхтекучей жидкости.—Физ. низк. темпер., 1980, т. 6, с. 413.

9. **Vinen W. F.** Vortex lines in Liquid Helium II.—Progress in Low Temp. Phys., 1961, v. 3, ch. 1.
10. **Седракян Д. М., Шахабасян К. М., Мовсисян А. Г.** Магнитные моменты нейтронных звезд из реального газа барионов.— Астрофизика, в печати.
11. **Джексон Дж.** Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.

Վ. Մ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Գ. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Կ. Մ. ՇԱՀԱԲԱՍՅԱՆ

ՊՈՒԼՍԱՐԻ ՆԵՅՏՐՈՆԱՅԻՆ ՄՐՐԿԱՅԻՆ ՑԱՆՑԻ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՄՈՄԵՆՏԸ

Ամփոփում

Դիտարկված է «տարման» էֆեկտի հետևանքով մագնիսական դաշտ ունեցող պտտվող նեյտրոնային աստղի նեյտրոնային մրրկային ցանցը։ Ցույց է տված, որ նեյտրոնային մրրկային թելերը աստղի ներսում ունեն ուղիղ գծերի տեսք։ Մրրկային ցանցի մագնիսական դաշտը ունի դիպոլային բնութագիր, երբ մրրկային թելերը աստղի մակերևույթի մոտ ուղղահայաց են նրա մակերևույթին։