

ԱՐԱՄ ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

տեխնիկական գիտությունների դոկտոր, պրոֆեսոր
ԵՊՀ տնտեսագիտության մեջ մաթեմատիկական
մոդելավորման ամբիոնի վարիչ
Էլ.փոստ՝ aaarakelyan@gmail.com

ԺԻՐԱՅՐ ՄՆԻԹԱՐՅԱՆ

ԵՊՀ ֆինանսահաշվային ամբիոնի մագիստրանտ
Էլ.փոստ՝ zhirayr.mkhitaryan@yahoo.com

**ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ ԳՆԱԾԻ ԺԱՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՇԱՐՔԻ
ՍՊԵԿՏՐԱԼ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ**

Ներածություն

Ժամանակային շարքերի սպեկտրալ վերլուծությունը լայն կիրառություն է ստացել մակրո- և միկրոտնտեսական հետազոտություններում: Այդ ուղղությամբ առաջին աշխատանքները սկսվել են XX դարի 60-ական թվականներից:

Սկզբնական շրջանում սպեկտրալ վերլուծության մեթոդները կիրառվել են սեզոնային բնույթ կրող հարաբերությունների կարգավորման [1], իսկ այնուհետև նաև տնտեսական տվյալների և [2] տնտեսական գործոնների միջև կապերի ուսումնասիրության համար [3, 4]: Տարիների ընթացքում սպեկտրալ վերլուծության կիրառության շրջանակները ընդլայնվեցին և ընդգրկեցին ինչպես միջազգային, այնպես էլ ազգային տնտեսության գործարար պարբերաշրջանների հետազոտման հիմնախնդիրները:

Սույն աշխատանքը նվիրված է Հայաստանի Հանրապետության գնաճի ժամանակային շարքի սպեկտրալ վերլուծությանը: Հայտնի է, որ սպեկտրալ վերլուծության մեթոդները լայնորեն կիրառվում են բավականաչափ երկար ժամանակային շարքերի ուսումնասիրության ժամանակ, սակայն դրանց կիրառությունը մի շարք մակրոտնտեսական շարքերի համար կապված է որոշ դժվարությունների հետ: Ներկայացվող աշխատանքում ուսումնասիրություններն իրականացված են հետևյալ տրամաբանությամբ. նախ տրվում է ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի նկարագրությունը, այնուհետև ուսումնասիրվում է դրա պարբերականությունը և կիրառելով Շուստերի պարբերագրի մեթոդը՝ որոշվել են ուսումնասիրվող շարքի պարբերությունները: Աշխատանքի եզրափակիչ մասում ներկայացվել է ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի մոտարկումը՝ կիրառելով Ֆուրյեի շարքը և հիմնվելով արդեն որոշված պարբերությունների վրա:

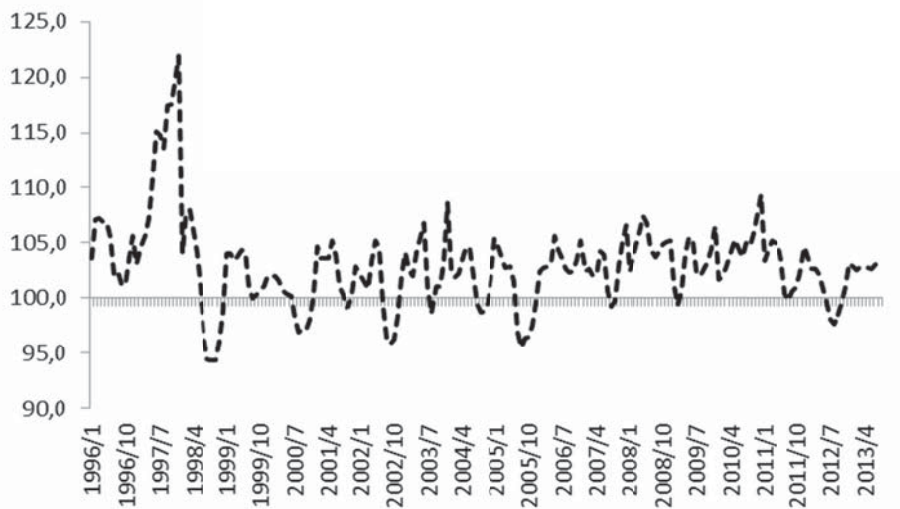
ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի նկարագրությունը

Տարբեր երևույթների հետազոտությամբ բացահայտվել է, որ ժամանակի ընթացքում փոփոխվող բազմաթիվ, այդ թվում նաև տնտեսական գործընթացներ

և դրանց հետագծերի կարգավորմանն ուղղվող գործոնները բնութագրող տվյալների համախումբը կարելի է դիտարկել որպես ժամանակային շարք [3]: Տնտեսական հարաբերություններում դրա օրինակ է հանդիսանում գնաճի ժամանակային շարքը, որի սպեկտրալ վերլուծությունը թույլ է տալիս գնահատել ներկայացվող աշխատանքում դիտարկված ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքը՝ կազմված 1996-2013 թթ. գնաճի ամսական տվյալներից: Ժամանակային շարքում ընդգրկված չեն 1990-ականների առաջին կեսի գնաճի ցուցանիշները, քանի որ այդ շրջանը բնութագրվում է, որպես գերգնաճային և քառատրոփ գնաճային ժամանակահատված: Որպես գնաճի չափման ցուցանիշ օգտագործված է ՀՀ Ազգային վիճակագրական ծառայության կողմից հրապարակված սպառողական գների ինդեքսը, որի դինամիկան ներկայացված է գծապատկեր 1-ում:

Գծապատկեր 1

1996-2013թթ. ՀՀ սպառողական գների ինդեքսի դինամիկան



Աղբյուրը՝ կառուցվել է տվյալների հետևյալ հենքի հիման վրա՝ https://www.cba.am/Storage/AM/downloads/stat_data_arm/6.CPI_monthly-armenian.xls

ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի պարբերությունների որոշումը

Ժամանակային շարքերի վերլուծությունում կարևոր տեղ է գրավում այսպես կոչված «թաքնված պարբերությունների» հայտնաբերումը, որի համար լավագույն միջոց է հանդիսանում Շուստերի պարբերագրի մեթոդը:

Շուստերի պարբերագիրը ներկայացվում է հետևյալ բանաձևի միջոցով՝

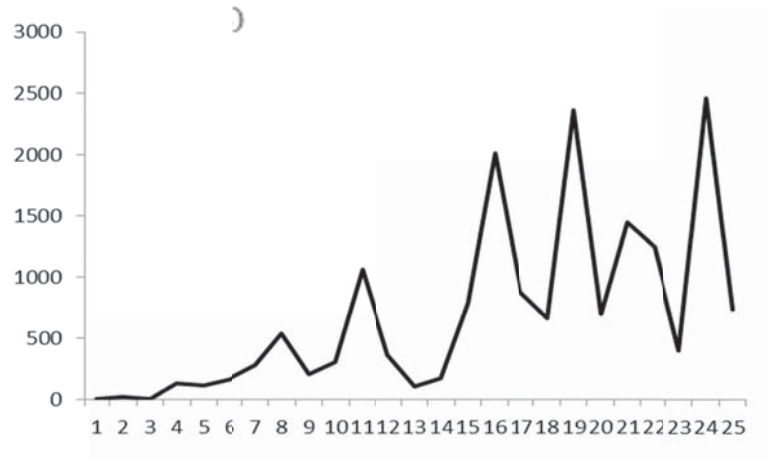
$$I_n(\omega) = \frac{1}{n} \left[\left(\sum_{j=1}^n x_j \cos \frac{2\pi j}{\omega} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^n x_j \sin \frac{2\pi j}{\omega} \right)^2 \right],$$

որտեղ $x_j, j = \overline{1, n}$ տվյալներն են: Եթե տվյալները պարունակում են ω_0 պարբերությամբ անդամ, ապա $I_n(\omega)$ -ն այդ կետում կունենա գագաթ [3]:

Շուստերի պարբերագրի մեթոդը կիրառվել է ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի վերլուծության ընթացքում: Դիտարկվել են 25 պարբերություններ՝ $\omega = \overline{1, 25}, 212$ տվյալների դեպքում ($n = 212, j = \overline{1, 212}$): Արդյունքում դիտարկված պարբերությունների և տվյալների համար հաշվարկվել են $I_n(\omega)$ արժեքները, որոնք ներկայացված են գծապատկեր 2-ում:

Գծապատկեր 2

ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի պարբերագրի արժեքները



Գծապատկեր 2-ից երևում է, որ ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքը ունեցել է հինգ նշանակալի գագաթներ՝ 8, 11, 16, 19 և 24-րդ պարբերություններում: Գագաթների արժեքները ամիսներով արտահայտելու համար կիրառվում է հետևյալ բանաձևը՝

$$\frac{j\pi}{n} = \frac{2\pi}{r}, \text{ որտեղից՝ } r = \frac{424}{j}$$

Այսպիսով ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքը ունեցել է 18, 22, 27, 39 և 53 ամսական պարբերություններ:

ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի Ֆուրյեի մոտարկումը

Ֆուրյեի շարքը եռանկյունաչափական տեսքով կարելի է ներկայացնել հետևյալ բանաձևի միջոցով՝

$$x_j = A_0 + \sum_{k=1}^s \left[A_k \sin \frac{2\pi k}{n} j + B_k \cos \frac{2\pi k}{n} j \right], \quad s \leq n/2,$$

որտեղ s -ը x_j -ն գեներացնող գործընթացում պարունակվող պարբերությունների թիվն է, իսկ k -ն՝ առանձին պարբերությունը [5]: Խնդիրը կայանում է նրանում, թե որ պարբերություններն է պետք ներառել մոդելավորման գործընթացում: Օգտագործելով Շուստերի պարբերագրի միջոցով գնաճի ժամանակային շարքի մոդելավորման արդյունքներն որոշվել են s -ը և k -ն ($s = 1, 5, k = \overline{1, 5}$): Այժմ կարող ենք Ֆուլյեի մոտարկումը կիրառել ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի նկատմամբ: Փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով իրականացված ռեգրեսիոն վերլուծության հիման վրա ստացվել են հետևյալ արդյունքները (աղյուսակ 1)՝

Աղյուսակ 1

Ֆուլյեի շարքի մոտարկման հավասարման ռեգրեսիոն վերլուծության արդյունքները

Adjusted R Square	0.316
Std. Error of the Estimate	3.274
F	10.745
Sig.	.000

Ինչպես երևում է աղյուսակ 1-ից դետերմինացիայի գործակիցը բավական ցածր է (31.6%): Այն բարելավելու համար գնաճի ժամանակային շարքի նկատմամբ իրականացվել է էքսպոնենցիալ ողորկում (exponential smoothing) հետևյալ բանաձևով [6]՝

$$y_j = \alpha x_j + (1 - \alpha)y_{j-1}, \quad \alpha \in [0, 1]:$$

$\alpha = 0.05$ գործակցի դեպքում էքսպոնենցիալ ողորկման արդյունքում կստանանք գնաճի y_j ողորկված ժամանակային շարքը, որի նկատմամբ էլ կվերաիրականացնենք վերոնշյալ ռեգրեսիոն վերլուծությունը: Վերջինիս արդյունքները ներկայացված են աղյուսակ 2-ում:

Աղյուսակ 2

Ֆուլյեի շարքի մոտարկման հավասարման ռեգրեսիոն վերլուծության արդյունքները էքսպոնենցիալ ողորկված գնաճի ժամանակային շարքի համար

Adjusted R Square	0.745
Std. Error of the Estimate	9.576
F	62.546
Sig.	.000

Բազմապատկիչ	Գնահատական	t-վիճակագրի p-արժեք
A_0	93.743	.000
A_1	-7.893	.000
A_2	-8.718	.000
A_3	-7.739	.000

A_4	-7.024	.000
A_5	-6.039	.000
B_1	-12.402	.000
B_2	-8.031	.000
B_3	-5.152	.000
B_4	-3.001	.001
B_5	-1.979	.035

Ինչպես երևում է աղյուսակ 2-ից, ողորկման արդյունքում դետերմինացիայի գործակիցը էապես աճել է՝ հասնելով 74.5%-ի: Բոլոր գործակիցների t -վիճակագրերը նշանակալի են:

Գծային տրենդով Ֆուրյեի շարքի միագործոն մոտարկման կիրառությունը ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի նկատմամբ

Գծային տրենդով Ֆուրյեի շարքի միագործոն մոտարկումը կարելի է ներկայացնել հետևյալ բանաձևի միջոցով [5]

$$\Delta\pi_j = A_0 - A_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) - A_2 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) - A_2 \pi_{j-1} + \sum_{i=1}^4 B_i \Delta\pi_{j-i} + \varepsilon_j$$

Վերոնշյալ հավասարումը կիրառվել է ՀՀ գնաճի ժամանակային շարքի նկատմամբ: Փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով իրականացված ռեգրեսիոն վերլուծության արդյունքում ստացվել են հավասարման գործակիցները, որոնք ներկայացված են աղյուսակ 3-ում:

Աղյուսակ 3

Գծային տրենդով Ֆուրյեի շարքի միագործոն մոտարկման հավասարման ռեգրեսիոն վերլուծության արդյունքները

Adjusted R Square	0.999
Std. Error of the Estimate	.00089
F	2.527E4
Sig.	.000

Բազմապատկիչ	Գնահատական	t-վիճակագրի p-արժեք
A_0	.004	.000
A_1	.000	.013
A_2	.000	.012
A_3	-4.806E-5	.000
B_1	1.082	.000

B ₂	.004	.972
B ₃	-.211	.002
B ₄	.031	.031

Ինչպես երևում է աղյուսակ 3-ից, դետերմինացիայի գործակիցը բավական բարձր է (0.99%), իսկ գործակիցները՝ հիմնականում նշանակալի:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. **Nerlove M.**, Spectral Analysis of Seasonal Adjustment Procedures // *Econometrica*, vol. 32(3), (1964), pp. 241–286.
2. **Granger C. W. J**© The Typical Spectral Shape of an Economic Variable // *Econometrica*, vol. 34(1), (1966), pp. 150–161.
3. **Granger C. W. J. and M. Hatanaka**© Spectral Analysis of Economic Time Series / Princeton University Press, Princeton, New Jersey (1964).
4. **Granger C. W. J**© Investigating Casual Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods // *Econometrica*, vol. 37(3), (1969), pp. 424–438.
5. **Becker R., Enders W., Hurn S.** “Modeling Inflation and Money Demand Using a Fourier-Series Approximation // *Nonlinear Time Series Analysis of Business Cycles* (Contributions to Economic Analysis, Volume 276), Emerald Group Publishing Limited, pp.221-246.
6. **Pindyck R. S. and Rubinfeld D. L.** Econometric models and economic forecasts / McGraw-Hill international editions: Economics series. - New York, 1998, pp. 423-424.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Հոդվածում ուսումնասիրվում է ՀՀ-ում զնաճի ժամանակային շարքը, հիմնվելով գծային տրենդով Ֆուրյեի շարքի միագործոն մոտարկման վրա:

АННОТАЦИЯ

ԱՐԱԿԵԼՅԱՆ Ա., ՄԽԻՏԱՐՅԱՆ Ժ. – СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННОГО РЯДА ИНФЛЯЦИИ В РА

В статье исследуется временной ряд инфляции в Армении, на основе однофакторной аппроксимации ряда Фурье с линейным трендом.

SUMMARY

ԱՐԱԿԵԼՅԱՆ Ա., ՄԽԻՏԱՐՅԱՆ Ժ. – SPECTRAL ANALYSIS OF INFLATION TIME SERIES IN RA

The article touches upon inflation time series in Armenia based on unifactor approximation of Fourier series with linear trend.