УДК 512.62

РЕГУЛЯРНЫЕ И КОРЕГУЛЯРНЫЕ ПОДСТАНОВКИ ОБРАТИМОЙ АЛГЕБРЫ

С.С. Давидов
(Ереванский государственный университет)
E-mail: davidov@ysu.am

В работе исследуются группы левых и правых регулярных и корегулярных подстановок лево (право) линейной обратимой алгебры.

Ключевые слова: бинарная алгебра, обратимая алгебра, регулярная подстановка, корегулярная подстановка.

$\mathbf{1^0}$. Бинарная алгера $(Q;\Sigma)$ называется обратимой алгеброй, если каждая операция из Σ является квазигрупповой.

Имеется несколько понятий левого и правого ядра в квазигруппах.

В книге [1] рассматриваются понятия левого и правого ядра в квазигруппе $Q(\cdot)$ относительно некоторого фиксированного элемента $h \in Q$, а именно, левым (правым) ядром относительно некоторого элемента h в квазигруппе $Q(\cdot)$, называется орбита элемента h относительно группы левых (правых) регулярных подстановок данной квазигруппы (подстановка $\lambda(\rho)$ множества Q называется левой (правой) регулярной подстановкой группоида $Q(\cdot)$, если $\lambda(x \cdot y) = \lambda x \cdot y$ $(\rho(x \cdot y) = x \cdot \rho y)$. Другими словами, левым (правым) ядром относительно элемента h называется следующее множество: $\{a \in Q \mid ax \cdot y = a \cdot L_h^{-1}(hx \cdot y)\}$ $(\{a \in Q \mid x \cdot ya = L_h^{-1}(x \cdot yh) \cdot a\})$, где $L_h x = hx$ $(R_h x = xh)$.

Наиболее общее понятие левого (правого) h-ядра квазигруппы было введено Г. Б. Белявский в работе [2], которое тесно связано с понятием линейных квазигрупп и группой обобщенных регулярных подстановок квазигруппы [3, 4].

При переходе от квазигрупп к обратимым алгебрам, при определении ядер обратимой алгебры, мы приходим к понятиям регулярных и корегулярных подстановок обратимой алгебры. В настоящей работе исследуются группы левых и правых регулярных и корегулярных подстановок лево (право) линейной обратимой алгебры.

$\mathbf{2^0}$. Пусть $(Q;\Sigma)$ будет бинарной алгеброй, если $(Q;\Sigma)$ – обратимая алгебра, то трансляции $L_{A,a}$ и $R_{A,a}$ будут биекциями для всех $a \in Q$ и всех $A \in \Sigma$. Группа порожденная всеми трансляциями обратимой алгебры $(Q;\Sigma)$ называется мультипликативной группой алгебры $(Q;\Sigma)$ и обозначается через $G = MulQ$ [5].

Подстановка $\alpha \in MulQ$ называется внутренней подстановкой относительно элемента $h \in Q$, если $\alpha h = h$ [1]. Все внутренние подстановки относительно элемента h обратимой алгебры $(Q;\Sigma)$ образуют группу, которая называется группой внутренних подстановок I_h алгебры $(Q;\Sigma)$.

Дадим следующее определение.

Определение 2.1. *Пусть* $(Q;\Sigma)$ *– обратимая алгебра. Подстановка* $\lambda(\rho)$ *множества* Q *называется левой (правой) корегулярной подстановкой алгебры* $(Q;\Sigma)$*, если для каждой операции* $X\in\Sigma$ *существует подстановка* λ_X^* (ρ_X^*) *(в общем случае зависящая от* X*) множества* Q *такая, что имеет место равенство*

$$X(\lambda x,y)=\lambda_X^* X(x,y),$$
$$\big(X(x,\rho y)=\rho_X^* X(x,y)\big),$$

для всех $x,y\in Q$ *и* $X\in\Sigma$.

Очевидно, что для любой операции $X\in\Sigma$ подстановка λ_X^* опредена однозначно и называется сопряженной с λ относительно операции X. Непосредственно из определения корегулярных подстановок следует, что

$$\lambda=R_{X,x}^{-1}\lambda_X^* R_{X,x},\qquad \lambda_X^*=L_{X,\lambda x}L_{X,x}^{-1}\,, \tag{1}$$
$$\rho=L_{X,x}^{-1}\rho_X^* L_{X,x},\qquad \rho_X^*=R_{X,\rho x}R_{X,x}^{-1}\,, \tag{2}$$

для всех $x\in Q$ и $X\in\Sigma$.

Множество $\mathbb{L}(\mathbb{R})$ всех левых (правых) корегулярных подстановок алгебры $(Q;\Sigma)$ образует группу, более того $\mathbb{L}(\mathbb{R})$ будет подгруппой мульпликативной группы $MulQ$, что непосредственно следует из равенств (1) и (2).

Множество всех сопряженных относительно операции $X\in\Sigma$ подстановок к левым (правым) подстановкам алгебры $(Q;\Sigma)$ будем обозначать через $\mathbb{L}_X^*(\mathbb{R}_X^*)$. Они также образуют группу, более того, подгруппу мультипликативной группы $MulQ$.

Отметим, что если каждая операция $X\in\Sigma$ имеет единичный элемент e_X, то $\lambda=\lambda_X^*$ и $\rho=\rho_X^*$ для всех X.

Определим отображение $f_X\colon\mathbb{L}\mapsto\mathbb{L}_X^*$ $(g_X\colon\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}_X^*)$ следующим образом: $f_X\lambda=\lambda_X^*$ $(g_X\rho=\rho_X^*)$. Очевидно, f_X (g_X) будет изоморфизмом между группами $\mathbb{L}$ и $\mathbb{L}_X^*$ ($\mathbb{R}$ и $\mathbb{R}_X^*$). Следовательно, группы $\mathbb{L}_X^*$ и $\mathbb{L}_Y^*$ ($\mathbb{R}_X^*$ и $\mathbb{R}_Y^*$) изоморфны при любых $X,Y\in\Sigma$.

Пусть $\widetilde{\mathbb{L}}\subseteq\mathbb{L}$ ($\widetilde{\mathbb{R}}\subseteq\mathbb{R}$). Скажем, что множество $\widetilde{\mathbb{L}}$ ($\widetilde{\mathbb{R}}$) инвариантно относительно f_X (g_X), если $f_X\widetilde{\mathbb{L}}=\widetilde{\mathbb{L}}$ $(g_X\widetilde{\mathbb{R}}=\widetilde{\mathbb{R}})$. Пусть

$$\mathcal{M}_X=\{\widetilde{\mathbb{L}}\subseteq\mathbb{L}\mid f_X\widetilde{\mathbb{L}}=\widetilde{\mathbb{L}}\},$$
$$\mathcal{N}_X=\{\widetilde{\mathbb{R}}\subseteq\mathbb{R}\mid f_X\widetilde{\mathbb{R}}=\widetilde{\mathbb{R}}\}.$$

для всех $X\in\Sigma$.

Множество

$$\overline{\mathbb{L}}_X=\bigcup_{\widetilde{\mathbb{L}}\in\mathcal{M}_X}\widetilde{\mathbb{L}}\in\mathcal{M}_X,$$

будет наибольшим подмножеством в $\mathcal{M}_X$, так как $f_X(\overline{\mathbb{L}}_X)=f_X\big(\bigcup_{\widetilde{\mathbb{L}}\in\mathcal{M}_X}\widetilde{\mathbb{L}}\big)=\bigcup_{\widetilde{\mathbb{L}}\in\mathcal{M}_X}f_X\big(\widetilde{\mathbb{L}}\big)=\bigcup_{\widetilde{\mathbb{L}}\in\mathcal{M}_X}\widetilde{\mathbb{L}}=\overline{\mathbb{L}}_X$. Аналогично,

$$\overline{\mathbb{R}}_X=\bigcup_{\widetilde{\mathbb{R}}\in\mathcal{N}_X}\widetilde{\mathbb{R}}\in\mathcal{N}_X,$$

будет наибольшим подмножеством в $\mathcal{N}_X$, так как $g_X(\overline{\mathbb{R}}_X)=g_X\big(\bigcup_{\widetilde{\mathbb{R}}\in\mathcal{N}_X}\widetilde{\mathbb{R}}\big)=\bigcup_{\widetilde{\mathbb{R}}\in\mathcal{N}_X}g_X\big(\widetilde{\mathbb{R}}\big)=\bigcup_{\widetilde{\mathbb{R}}\in\mathcal{N}_X}\widetilde{\mathbb{R}}=\overline{\mathbb{R}}_X$.

Если множество $\widetilde{\mathbb{L}}\subseteq\mathbb{L}$ ($\widetilde{\mathbb{R}}\subseteq\mathbb{R}$) инвариантно относительно f_X (g_X), т.е. $f_X\widetilde{\mathbb{L}}=\widetilde{\mathbb{L}}\subseteq\mathbb{L}_X^*$ $(g_X\widetilde{\mathbb{R}}=\widetilde{\mathbb{R}}\subseteq\mathbb{R}_X^*)$, то из равенства (1) и (2) получим:

$$\widetilde{\mathbb{L}}=R_{X,x}^{-1}\widetilde{\mathbb{L}}R_{X,x}=\ L_{X,\widetilde{\mathbb{L}}x}L_{X,x}^{-1}\,;$$

$$\widetilde{\mathbb{R}} = L_{X,x}^{-1}\widetilde{\mathbb{R}}L_{X,x} = R_{X,\widetilde{\mathbb{R}}x}R_{X,x}^{-1}.$$

для всех $X \in \Sigma$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.2. *Пусть $(Q;\cdot)$ – группоид. Подстановка λ (ρ) множества Q называется левой (правой) регулярной подстановкой группоида $(Q;\cdot)$, если $\lambda x \cdot y = \lambda(x \cdot y)$ $\big(x \cdot \rho y = \rho(x \cdot y)\big)$ для всех $x, y \in Q$.*

Множество всех регулярных подстановок группоида образует группу [1].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.3 [6]. *Обратимая алгебра $(Q;\Sigma)$ называется лево (право) линейной над группой $Q(+)$, если каждая операция $A \in \Sigma$ имеет вид:*

$$A(x,y) = \varphi_A x + \beta_A y \quad (A(x,y) = \alpha_A x + \psi_A y),$$

где β_A (соответственно α_A) является подстановкой множества Q, а φ_A (соответственно ψ_A) – автоморфизмом группы $Q(+)$ для всех $A \in \Sigma$.

Обратимая алгебра называется лево (право) линейной, если она является лево (право) линейной над некоторой группой $Q(+)$.

ТЕОРЕМА 2.3. *Пусть $(Q;\Sigma)$ – лево линейная обратимая алгебра над группой $Q(+)$ и пусть $\mathcal{L}$ – группа левых регулярных подстановок группы $Q(+)$. Тогда $\mathbb{L} = \mathbb{L}_X^* = \mathcal{L} = \overline{\mathbb{L}}_X$ для всех $X \in \Sigma$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\lambda \in \mathbb{L}$, т.е. для каждой операции $X \in \Sigma$ существует подстановка λ_X^* такая, что:

$$X(\lambda x, y) = \lambda_X^* X(x,y).$$

Запишем последнее равенство с помощью операции $(+)$; тогда получим:

$$\varphi_X \lambda \varphi_X^{-1} x + y = \lambda_X^*(x+y).$$

Если в последнем равенстве возьмем $y = 0$ (0 – единичный элемент группы $Q(+)$), то получим: $\lambda_X^* = \varphi_X \lambda \varphi_X^{-1}$, или

$$\varphi_X \lambda \varphi_X^{-1} x + y = \varphi_X \lambda \varphi_X^{-1}(x+y),$$

т.е., $\varphi_X \lambda \varphi_X^{-1} \in \mathcal{L}$. Следовательно, $\varphi_X \mathbb{L} \varphi_X^{-1} \subseteq \mathcal{L}$ и $\mathbb{L}_X^* \subseteq \mathcal{L}$ для всех $X \in \Sigma$. Так как φ_X – автоморфизм группы $Q(+)$, то имеем: $\mathbb{L} \subseteq \varphi_X^{-1}\mathcal{L}\varphi_X$. Обратно, пусть $\lambda \in \mathcal{L}$, т.е. $\lambda(x \cdot y) = \lambda x \cdot y$. Поскольку φ_X является автоморфизмом группы $Q(+)$, то будем иметь: $\varphi_X \lambda \varphi_X^{-1} \in \mathcal{L}$. Таким образом, получаем:

$$\varphi_X \lambda \varphi_X^{-1} x + y = \varphi_X \lambda \varphi_X^{-1}(x+y).$$

Если запишем последнее равенство с помощью операции $X \in \Sigma$, то получим:

$$X(\lambda \varphi_X^{-1} x, y) = \varphi_X \lambda \varphi_X^{-1} X(\varphi_X^{-1} x, y),$$

или

$$X(\lambda x, y) = \varphi_X \lambda \varphi_X^{-1} X(x,y),$$

следовательно $\lambda \in \mathbb{L}$, и $\lambda_X^* = \varphi_X \lambda \varphi_X^{-1}$. Таким образом $\mathcal{L} \subseteq \mathbb{L}$ и $\varphi_X^{-1}\mathcal{L}\varphi_X \subseteq \mathbb{L}_X^*$. Так как $\varphi_X^{-1}\mathcal{L}\varphi_X = \mathcal{L}$ получаем, что $\mathcal{L} \subseteq \mathbb{L}_X^*$ и $\mathcal{L} = \mathbb{L}$. Поэтому $\mathbb{L}_X^* = \mathcal{L} = \mathbb{L}$. Далее, так как $f_X(\mathbb{L}) = \mathbb{L}_X^* = \mathbb{L}$, то $\mathbb{L} = \overline{\mathbb{L}}_X$.

Аналогично доказывается следующая теорема

ТЕОРЕМА 2.4. *Пусть $(Q;\Sigma)$ – право линейная обратимая алгебра над группой $Q(+)$ и пусть $\mathcal{R}$ – группа правых регулярных подстановок группы $Q(+)$. Тогда $\mathbb{R} = \mathbb{R}_X^* = \mathcal{R} = \overline{\mathbb{R}}_X$ для всех $X \in \Sigma$.*

$\mathbf{3^0}$. Двойственным образом определим регулярные подстановки обратимой алгебры.

Определение 3.1. *Пусть* $(Q;\Sigma)$– *обратимая алгебра. Подстановка* $\lambda(\rho)$ *множества* Q *называется левой (правой) регулярной подстановкой алгебры* $(Q;\Sigma)$, *если для каждой операции* $X \in \Sigma$ *существует подстановка* λ_X^* (ρ_X^*) *(в общем случае зависящая от* X*) множества* Q *такая, что имеет место равенство*

$$\lambda X(x,y) = X(\lambda_X^* x, y),$$
$$\big(\rho X(x,y) = X(x, \rho_X^* y)\big),$$

для всех $x, y \in Q$ *и* $X \in \Sigma$.

Очевидно, что для любой операции $X \in \Sigma$ подстановка λ_X^* определена однозначно и называется сопряженной с λ относительно операции X. Непосредственно из определения регулярных подстановок следует, что

$$\lambda = R_{X,x}\lambda_X^* R_{X,x}^{-1} = L_{X,\lambda_X^* x} L_{X,x}^{-1}\,, \tag{3}$$
$$\rho = L_{X,x}\rho_X^* L_{X,x}^{-1} = R_{X,\rho_X^* x} R_{X,x}^{-1}\,, \tag{4}$$

для всех $x \in Q$ и $X \in \Sigma$.

Множество $\mathbf{L}$ ($\mathbf{R}$) всех левых (правых) регулярных подстановок алгебры $(Q;\Sigma)$ образует группу, более того $\mathbf{L}$ ($\mathbf{R}$) будет подгруппой мультипликативной группы $MulQ$, что непосредственно следует из равенств (3) и (4).

Множество всех сопряженных относительно операции $X \in \Sigma$ подстановок к левым (правым) подстановкам алгебры $(Q;\Sigma)$ будем обозначать через $\mathbf{L}_X^*(\mathbf{R}_X^*)$. Они также образуют группу, более того, подгруппу мультипликативной группы $MulQ$.

Отметим, что если каждая операция $X \in \Sigma$ имеет единичный элемент e_X, то $\lambda = \lambda_X^*$ и $\rho = \rho_X^*$ для всех X.

Определим отображение $f_X\colon \mathbf{L} \mapsto \mathbf{L}_X^*$ $(g_X\colon \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}_X^*)$ следующим образом: $f_X\lambda = \lambda_X^*$ $(g_X\rho = \rho_X^*)$. Очевидно, f_X (g_X) будет изоморфизмом между группами $\mathbf{L}$ и $\mathbf{L}_X^*$ ($\mathbf{R}$ и $\mathbf{R}_X^*$). Следовательно, группы $\mathbf{L}_X^*$ и $\mathbf{L}_Y^*$ ($\mathbf{R}_\mathbf{X}^*$ и $\mathbf{R}_Y^*$) изоморфны при любых $X, Y \in \Sigma$.

Пусть $\tilde{\mathbf{L}} \subseteq \mathbf{L}$ ($\widetilde{\mathbf{R}} \subseteq \mathbf{R}$).Скажем, что множество $\tilde{\mathbf{L}}$ ($\widetilde{\mathbf{R}}$) инвариантно относительно f_X (g_X), если $f_X\tilde{\mathbf{L}} = \tilde{\mathbf{L}}$ $(g_X\widetilde{\mathbf{R}} = \widetilde{\mathbf{R}})$. Пусть

$$\mathcal{M}_X = \{\tilde{\mathbf{L}} \subseteq \mathbf{L} \mid f_X\tilde{\mathbf{L}} = \tilde{\mathbf{L}}\},$$
$$\mathcal{N}_X = \{\widetilde{\mathbf{R}} \subseteq \mathbf{R} \mid f_X\widetilde{\mathbf{R}} = \widetilde{\mathbf{R}}\}.$$

для всех $X \in \Sigma$.

Множество

$$\bar{\mathbf{L}}_X = \bigcup_{\tilde{\mathbf{L}} \in \mathcal{M}_X} \tilde{\mathbf{L}} \in \mathcal{M}_X,$$

будет наибольшим подмножеством в $\mathcal{M}_X$, так как $f_X(\bar{\mathbf{L}}_X) = f_X\big(\bigcup_{\tilde{\mathbf{L}} \in \mathcal{M}_X} \tilde{\mathbf{L}}\big) = \bigcup_{\tilde{\mathbf{L}} \in \mathcal{M}_X} f_X(\tilde{\mathbf{L}}) = \bigcup_{\tilde{\mathbf{L}} \in \mathcal{M}_X} \tilde{\mathbf{L}} = \bar{\mathbf{L}}_X$. Аналогично,

$$\overline{\mathbf{R}}_X = \bigcup_{\widetilde{\mathbf{R}} \in \mathcal{N}_X} \widetilde{\mathbf{R}} \in \mathcal{N}_X,$$

будет наибольшим подмножеством в $\mathcal{N}_X$, так как $g_X(\overline{\mathbf{R}}_X) = g_X\big(\bigcup_{\widetilde{\mathbf{R}} \in \mathcal{N}_X} \widetilde{\mathbf{R}}\big) = \bigcup_{\widetilde{\mathbf{R}} \in \mathcal{N}_X} g_X(\mathbf{R}) = \bigcup_{\widetilde{\mathbf{R}} \in \mathcal{N}_X} \widetilde{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{R}}_X$.

Если множество $\tilde{\mathbf{L}} \subseteq \mathbf{L}$ ($\tilde{\mathbf{R}} \subseteq \mathbf{R}$) инвариантно относительно f_X (g_X), т.е. $f_X\tilde{\mathbf{L}} = \tilde{\mathbf{L}} \subseteq \mathbf{L}_X^*$ ($g_X\tilde{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{R}} \subseteq \mathbf{R}_X^*$), то из равенства (3) и (4) получим:

$$\tilde{\mathbf{L}} = R_{X,x}\tilde{\mathbf{L}}R_{X,x}^{-1} = L_{X,\tilde{\mathbf{L}}x}L_{X,x}^{-1};$$
$$\tilde{\mathbf{R}} = L_{X,x}\tilde{\mathbf{R}}L_{X,x}^{-1} = R_{X,\tilde{\mathbf{R}}x}R_{X,x}^{-1}.$$

для всех $X \in \Sigma$.

Определение 3.2. *Скажем, что бинарная алгебра $(Q;\Sigma)$ главно изотопна группоиду $(Q;\cdot)$, если каждая операция из Σ главно изотопна группоиду $(Q;\cdot)$, т.е. для каждого $A \in \Sigma$ существует подстановки α_A, β_A множества Q такие, что*

$$A(x,y) = \alpha_A x \cdot \beta_A y\,,$$

для всех $x, y \in Q$.

Лемма 3.3. *Если обратимая алгебра $(Q;\Sigma)$ главно изотопна лупе $(Q;\cdot)$, то $\mathcal{L} = \mathbf{L} = \alpha_X\mathbf{L}_X^*\alpha_X^{-1}$, для всех $X \in \Sigma$, где $\mathcal{L}$ – группа левых регулярных подстановок лупы $(Q;\cdot)$.*

Доказательство. Пусть $\lambda \in \mathbf{L}$, т.е. для каждой операции $X \in \Sigma$ существует подстановка λ_X^* такая, что:

$$\lambda X(x,y) = X(\lambda_X^* x, y).$$

Имеем:

$$\lambda(\alpha_X x \cdot \beta_X y) = \alpha_X\lambda_X^* x \cdot \beta_X y,$$
$$\lambda(x \cdot y) = \alpha_X\lambda_X^*\alpha_X^{-1} x \cdot y.$$

Если в последнем равенстве возьмем $y = 1$ (где 1 – единичный элемент группы $Q(\cdot)$), то получим: $\lambda = \alpha_X\lambda_X^*\alpha_X^{-1}$, таким образом $\lambda = \alpha_X\lambda_X^*\alpha_X^{-1} \in \mathcal{L}$, т.е. $\lambda \in \alpha_X\mathbf{L}_X^*\alpha_X^{-1}$. Поэтому, $\alpha_X\mathbf{L}_X^*\alpha_X^{-1} \subseteq \mathcal{L}$ и $\mathbf{L} \subseteq \mathcal{L}$ для всех $X \in \Sigma$. Обратно, пусть $\lambda \in \mathcal{L}$, т.е. $\lambda(x \cdot y) = \lambda x \cdot y$. Тогда: $\lambda X(\alpha_X^{-1}x, \beta_X^{-1}y) = X(\alpha_X^{-1}\lambda x, \beta_X^{-1}y)$ или $\lambda X(x,y) = X(\alpha_X^{-1}\lambda\alpha_X x, y)$. Таким образом, для всех $X \in \Sigma$ существует подстановка $\lambda_X^* = \alpha_X^{-1}\lambda\alpha_X$ такая, что $\lambda X(x,y) = X(\lambda_X^* x, y)$, т.е. $\lambda \in \mathbf{L}$. Таким образом $\mathcal{L} \in \mathbf{L}$ и $\mathcal{L} = \mathbf{L}$. С другой стороны, $\alpha_X^{-1}\lambda\alpha_X \in \mathbf{L}_X^*$ или $\alpha_X^{-1}\mathcal{L}\alpha_X \subseteq \mathbf{L}_X^*$, т.е. $\mathcal{L} \subseteq \alpha_X\mathbf{L}_X^*\alpha_X^{-1}$, следовательно $\alpha_X\mathbf{L}_X^*\alpha_X^{-1} = \mathcal{L}$.

Из доказательства последней леммы следует, что для любых операций $X, Y \in \Sigma$ имеет следующее равенство: $\alpha_X\mathbf{L}_X^*\alpha_X^{-1} = \alpha_Y\mathbf{L}_Y^*\alpha_Y^{-1}$.

Теорема 3.4. *Пусть $(Q;\Sigma)$ будет лево линейной обратимой алгеброй, а $\mathcal{L}$ – группа левых регулярных подстановок группы $Q(+)$. Тогда $\mathbf{L} = \mathbf{L}_X^* = \mathcal{L} = \bar{\mathbf{L}}_X$ для всех $X \in \Sigma$.*

Доказательство. Согласно лемме 3.3 для всех $X \in \Sigma$ имеем: $\mathcal{L} = \varphi_X\mathbf{L}_X^*\varphi_X^{-1}$. Таким образом $\mathbf{L}_X^* = \varphi_X^{-1}\mathcal{L}\varphi_X$ и поскольку φ_X – автоморфизм группы $Q(+)$, то $\varphi_X^{-1}\mathcal{L}\varphi_X = \mathcal{L}$. Далее, так как $f_X(\mathbf{L}) = \mathbf{L}_X^* = \mathbf{L}$, то $\mathbf{L} = \bar{\mathbf{L}}_X$.

Аналогично доказывается следующая теорема

Теорема 3.5. *Пусть $(Q;\Sigma)$ – право линейная обратимая алгебра, а $\mathcal{R}$ – группа правых регулярных подстановок группы $Q(+)$. Тогда $\mathbf{R} = \mathbf{R}_X^* = \mathcal{R} = \bar{\mathbf{R}}_X$ для всех $X \in \Sigma$.*

Следствие 3.6. *Пусть $(Q;\Sigma)$ – лево (право) линейная обратимая алгебра. Тогда группа левых (правых) регулярных и группа левых (правых) корегулярных подстановок алгебры $(Q;\Sigma)$ совпадают.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусов В.Д. *Основы теории квазигрупп и луп.* – Москва, Наука, 1967.
2. Белявская Г.Б. *Ядра и центр квазигруппы.* – Исследование операций и квазигрупп. Кишинев, Штиинца, 1988.
3. Kepka T., Nemec P. T*-quasigroups I.* // Acta Univ. Carolinae, Math. Phis. 12(1) (1971), 39-49.
4. Kepka T. *Regular mappings of groupoids.* // Acta Univ. Carolinae, Math. Phis. 12 (1971), 25-37.
5. Мовсисян Ю.М. *Сверхтождества в алгебрах и многообразиях.* // Успехи Математических Наук, 53(1)(1998), 61-114.
6. Davidov S.S. *A characterization of binary invertible algebras of verious type of linearity.* // Quasigroups and Related Systems, 20(2012), 169-176.

Материал поступил в редакцию

ՀԱԿԱԴԱՐՁԵԼԻ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԻ ՌԵԳՈՒԼՅԱՐ ԵՎ ԿՈՌԵԳՈՒԼՅԱՐ ՏԵՂԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Ս.Ս. Դավիդով

Աշխատանքում ուսումնասիրվում են ձախ (աջ) գծային հակադարձելի հանրահաշվի ձախ և աջ ռեգուլյար և կոռեգուլյար տեղադրությունների խմբերը:

Առանցքային բառեր. երկտեղ հանրահաշիվ, հակադարձելի հանրահաշիվ, ռեգուլյար տեղադրություն, կոռեգուլյար տեղադրություն:

REGULAR AND COREGULAR PERMUTATIONS OF AN INVERTIBLE ALGEBRA

S.S. Davidov

In this paper we study the groups of left and right regular and coregular permutations of an left (right) invertible algebra.

Keywords: binary algebra, invertible algebra, regular permutation, coregular permutation.