



ЕРЕВАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
YEREVAN STATE UNIVERSITY

СТУДЕНЧЕСКОЕ НАУЧНОЕ ОБЩЕСТВО
STUDENT SCIENTIFIC SOCIETY

ISSN 1829-4367

СБОРНИК НАУЧНЫХ СТАТЕЙ СНО ЕГУ

COLLECTION OF SCIENTIFIC ARTICLES OF YSU SSS

1.1 (31)

Естественные и физико-математические науки
(География и геология, биология, математика и механика, физика и
радиофизика)

Natural and Physical-Mathematical Sciences
(Geography and Geology, Biology, Mathematics and Mechanics, Physics and
Radiophysics)

ЕРЕВАН - YEREVAN
ИЗДАТЕЛЬСТВО ЕГУ - YSU PRESS
2020

ԵՊՀ ՈՒԳԸ ԳԻՏԱԿԱՆ ՀՈԴՎԱԾՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

1.1 (31)

Բնական և ֆիզիկամաթեմատիկական գիտություններ
(Աշխարհագրություն և երկրաբանություն, կենսաբանություն, մաթեմատիկա և
մեխանիկա, ֆիզիկա և ռադիոֆիզիկա)

Հրատարակվում է ԵՊՀ գիտական խորհրդի որոշմամբ
Издается по решению Ученого совета ЕГУ
Published by the resolution of the Academic Council of YSU

Խմբագրական խորհուրդ՝

ա.գ.դ., պրոֆ. Թ. Վարդանյան
ֆ.մ.գ.դ., պրոֆ. Ռ. Ալավերդյան
ֆ.բ.գ.դ., դոց. Ա. Բալաբեկյան
ֆ.մ.գ.դ., դոց. Ե. Մամասախլիսով
ֆ.մ.գ.դ., դոց. Տ. Հակոբյան
ա.գ.թ., դոց. Ս. Սուվարյան
ա.գ.թ., դոց. Գ. Ալեքսանյան
ե.գ.թ., դոց. Մ. Գրիգորյան
կ.գ.թ., դոց. Լ. Փանոսյան
տ.գ.թ., դոց. Հ. Հարոյան
ֆ.մ.գ.թ., դոց. Ս. Մխիթարյան
ք.գ.թ., դոց. Ի. Ալեքսանյան
ք.գ.թ., դոց. Ա. Մարտիրյան
ֆ.մ.գ.թ., ասիստ. Ա. Մանասելյան
ֆ.մ.գ.թ., ասիստ. Ա. Վարդանյան
ֆ.մ.գ.թ. Ս. Ալեքսանյան
ֆ.մ.գ.թ. Տ. Աբրահամյան

Редакционная коллегия:

д.г.н., проф. Т. Варданян
д.ф.м.н., проф. Р. Алавердян
д.ф.м.н., доц. А. Балабекян
д.ф.м.н., доц. Е. Мамасакхлисов
д.ф.м.н., доц. Т. Акобян
к.г.н., доц. С. Суварян
к.г.н., доц. Г. Алексанян
к.г.н., доц. М. Григорян
к.б.н., доц. О. Паносян
к.т.н., доц. О. Ароян
к.ф.м.н., доц. С. Мхитарян
к.х.н., доц. И. Алексанян
к.х.н., доц. А. Мартирян
к.ф.м.н., ассист. А. Манаселян
к.ф.м.н., ассист. А. Варданян
к.ф.м.н. М. Алексанян
к.ф.м.н. Т. Абрамян

Editorial Board

DSc, Prof. T. Vardanyan
DSc, Prof. R. Alaverdyan
DSc, Associate Prof. A. Balabekyan
DSc, Associate Prof. Y. Mamasakhlisov
DSc, Associate Prof. T. Hakobyan
PhD, Associate Prof. S. Suvaryan
PhD, Associate Prof. G. Aleksanyan
PhD, Associate Prof. M. Grigoryan
PhD, Associate Prof. L. Panosyan
PhD, Associate Prof. H. Haroyan
PhD, Associate Prof. S. Mkhitaryan
PhD, Associate Prof. I. Aleksanyan
PhD, Associate Prof. A. Martiryan
PhD, Assistant A. Manaselyan
PhD, Assistant A. Vardanyan
PhD M. Aleksanyan
PhD T. Abrahamyan

Հրատարակիչ՝ ԵՊՀ հրատարակչություն
Հասցե՝ ՀՀ, ք. Երևան, Ալ. Մանուկյան 1, (+374 10) 55 55 70, publishing@ysu.am

Հրատարակչության նախապատրաստող ստորաբաժանում՝ ԵՊՀ ՈԻԳԸ

**ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ԶԱՆԳՎԱԾՈՎ ԱՆՕԴԱՉՈՒ ԹՌՉՈՂ ՍԱՐՔԻ ԹՌԻՉՔԻ
ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ**

1. Անօդաչու թռչող սարքի նկարագրությունը

Թռչող սարքեր են անվանում երկրի մթնոլորտում կամ տիեզերական տարածությունում թռչելու համար նախատեսված սարքերը: Այն թռչող սարքերը, որոնց թռիչքը իրականացվում է առանց անակազմի (օդաչուի), կոչվում են անօդաչու թռչող սարքեր (ԱԹՍ): Ըստ ղեկավարելիության դրանք լինում են ղեկավարելի և ոչ ղեկավարելի: Ղեկավարվող ԱԹՍ-ը իրենց հերթին լինում են հեռավորության վրա ղեկավարվող և ավտոմատ ղեկավարվող:

Ֆիքսված թևով անօդաչու թռչող սարքերը իրենց տեսքով նման են ինքնաթիռների: Ներքոնշյալները դրանց հիմնական բաղադրիչներն են:

Թև ԱԹՍ-ի առաջննթաց շարժման ժամանակ օդի հոսքը շրջհոսում է թևը, որը թևի վերևի և ներքևի մասերում ստեղծում է ճնշումների տարբերություն, ընդ որում՝ ներքևի մասում ճնշումը ավելի մեծ է, քան վերևի մասում, ինչի շնորհիվ առաջանում է թռիչքի համար շատ կարևոր վերամբարձ ուժ: Թևի վրա գտնվում են անթռոփնամիկ ղեկավարող օրգանները (էլերոնները), որոնց միջոցով ղեկավարվում է վերամբարձ ուժը:

Պոչաթև-նախատեսված է ԱԹՍ-ի կայունության, ղեկավարման և հավասարակշռման ապահովման համար: ԱԹՍ-ի ղեկավարման համար պոչաթևի վրա կան պտտվող մակերևույթներ, որոնց անվանում են անթռոփնամիկ ղեկեր (բարձրության ղեկ, ուղղության ղեկ):

Շասսին հենման համակարգ է, այն անհրաժեշտ է թռիչքից առաջ թափավազքի համար, ինչպես նաև՝ վայրէջքի համար:

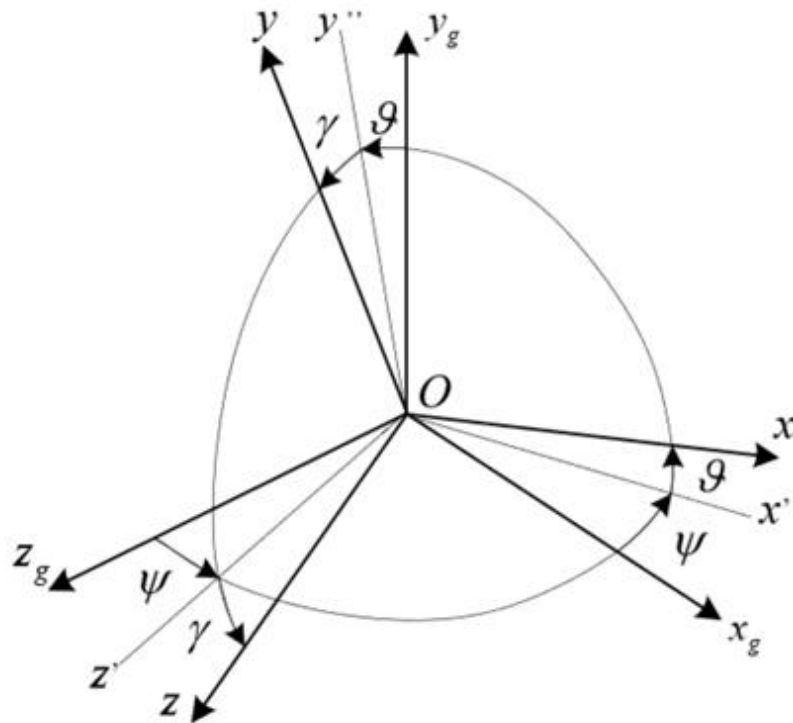
Շարժիչի միջոցով ստեղծվում է թռիչքի համար անհրաժեշտ քարշի ուժը, որի միջոցով ԱԹՍ-ը ընթանում է առաջ:

2. Անօդաչու թռչող սարքի տարածական շարժման նկարագրումը

Անօդաչու թռչող սարքի տարածական շարժման տրման համար պետք է ընտրենք կոորդինատային համակարգեր [2]:

ԱԹՍ-ի հետ կապված (այսուհետ՝ կապված) $OXYZ$ կոորդինատային համակարգում կոորդինատային առանցքները համընկնում են թռչող սարքի ինտրցիայի գլխավոր առանցքների հետ: OXY հարթությունը հանդիսանում է ԱԹՍ-ի սիմետրիայի հարթությունը: Սովորաբար, OX առանցքը գուգահեռ է թևի միջին աերոդինամիկական քորդային և ուղղված է թռչող սարքի պոչից դեպի քիթ:

Կապված կոորդինատային համակարգը կոշտ ամրացված է թռչող սարքին, և նրա դիրքը՝ նորմալ կոորդինատային համակարգի նկատմամբ, որոշում է թռչող սարքի տարածական դիրքը: Այն բնութագրվում է երկայնաճոճման (тангаж), ընթացաշեղման (рыскания), կողաթեքման (крен) էյլերի անկյունների միջոցով (նկար 1):



Նկար 1. $OXYZ$ կապված կոորդինատային համակարգը և նրա ուղղությունը $OX_gY_gZ_g$ նորմալ կոորդինատային համակարգի նկատմամբ

ψ ընթացաշեղման անկյուն էն անվանում OX_g առանցքի և OX_gZ_g հորիզոնական հարթության վրա OX առանցքի պրոյեկցիայի կազմած անկյունը:

θ երկայնաճոճման անկյուն անվանում էն OX առանցքի և հորիզոնական հարթության կազմած անկյունը: Այն դրական է, եթե OX առանցքը գտնվում է հորիզոնական հարթությունից վերև:

γ կողաթեքման անկյուն անվանում էն OY առանցքի և OX առանցքը պարունակող ուղղահյաց հարթության կազմած անկյունը:

3. Ղեկավարող ուժեր և մոմենտներ

ԱԹՄ-ի ղեկավարումից կախված՝ աերոդինամիկական ուժերը և մոմենտները սահմանում են կապեր ղեկավարող օրգանների պտտման անկյունների միջև, թռչող սարքի մարմնի պտտման անկյունների միջև: Օրինակ՝ երկայնաձողման և ընթացաշեղման համար երկայնական և լայնական ղեկավարող ուժերը համապատասխանաբար հավասար են՝

$$\begin{cases} X_p = S_p q (c_{xp} + c_{xp}^{\delta_z} \delta_z) \\ Y_p = S_p q c_{yp}^{\delta_z} \delta_z \\ Z_p = S_p q c_{zp}^{\delta_y} \delta_y \end{cases} \quad (3.1)$$

Որտեղ՝

S_p -ն ղեկերի բնութագրիչ մակերեսն է,

q-ն արագությունների ճնշումն է,

c_{xp} , $c_{xp}^{\delta_z}$, $c_{yp}^{\delta_z}$, $c_{zp}^{\delta_y}$ -ը՝ ղեկերի աերոդինամիկական գործակիցները:

Մոմենտների բնութագրիչները սովորաբար որոշվում են ղեկավարող օրգանների պտույտների անկյունային արագությունների հաշվարկի ճշտությամբ:

$$\begin{cases} m_{py} = m_{py}^{\delta_y} \delta_y + m_{py}^{\dot{\delta}_y} \dot{\delta}_y \\ m_{pz} = m_{pz}^{\delta_z} \delta_z + m_{pz}^{\dot{\delta}_z} \dot{\delta}_z \end{cases} \quad (3.2)$$

Ղեկավարող ուժերի մոմենտները հավասար են՝

$$M_{py} = S q l m_{py}, \quad M_{pz} = S q l m_{pz}, \quad M_{px} = S q l m_{px} \quad (3.3)$$

Գոյություն ունեն նաև գազային ուժեր: Գազային ուժերը ներքին այրման շարժիչի միջոցով առաջացած ուժերն են, որոնք որոշվում են հետևյալ կերպ՝

$$X_{gas.p} = \frac{1}{2} S_{gas.p} \rho_{gas.p} W_{gas.p}^2 c_{xgas.p};$$

$$Y_{gas.p} = \frac{1}{2} S_{gas.p} \rho_{gas.p} W_{gas.p}^2 c_{ygas.p};$$

$$Z_{gas.p} = \frac{1}{2} S_{gas.p} \rho_{gas.p} W_{gas.p}^2 c_{zgas.p};$$

Որտեղ՝

$S_{gas.p}$ - ը գազային ղեկերի մակերեսն է,

$\rho_{gas.p}$ - ը՝ գազային հոսքի խտությունը,

$W_{gas.p}^2$ - ը՝ գազերի հոսքի արագությունը:

4. Անօդաչու թռչող սարքի շարժման հավասարումները

ԱԹՄ-ի թռիչքը իրականացվում է վառելիքի այրմամբ, որի շնորհիվ տեղի է ունենում զանգվածի փոփոխություն:

Օգտագործելով փոփոխական զանգվածով մարմնի շարժման քանակի փոփոխման թեորեմը ստանում ենք ԱԹՍ-ի զանգվածի կենտրոնի առաջնընթացի շարժման հավասարումները:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F} + \frac{dm_1}{dt} \vec{u}_{rol} + \frac{dm_2}{dt} \vec{w}_{rol} :$$

Օգտագործելով կինետիկ մոմենտի փոփոխման թեորեմը գտնում ենք փոփոխական զանգվածով մարմնի պտտական շարժման հավասարումները ակնթարթային անշարժ համակարգի նկատմամբ:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{M}_F + \vec{M}_P + \sum_{v=1}^n \left[\vec{r}_v \times \frac{dm_v}{dt} (\vec{\omega} \times \vec{r}_v) \right],$$

Ենթադրում ենք, որ ԱԹՍ-ը առանցքասիմետրիկ է: Հետագծային կոորդինատային համակարգում քարշի և աերոդինամիկ ուժերի պրոյեկցիաների համագործերը և մոմենտները նշանակենք հետևյալ կերպ՝

$$\begin{aligned} P_{xk} - \sum X_{pk} - X_k &= u_1 M_x + M_{px} = u_4 \\ P_{yk} - \sum Y_{pk} - Y_k &= u_2 M_y + M_{py} = u_5 \\ P_{zk} - \sum Z_{pk} - Z_k &= u_3 M_z + M_{pz} = u_6 \end{aligned}$$

$u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ -ը ուժերը և մոմենտները դեկավարող ազդեցություններ են:

Այդ դեպքում շարժման դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը [2]՝

$$m\dot{v} = (u_1 + Q_{xk})$$

$$m\dot{v}\dot{\Theta} = (u_2 + Q_{yk})$$

$$mv \cos \Theta \dot{\Psi} = -u_3$$

$$J_{x_i} \dot{\omega}_{x_i} + (J_{z_i} - J_{y_i}) \omega_{y_i} \omega_{z_i} = u_4$$

$$J_{y_i} \dot{\omega}_{y_i} + (J_{x_i} - J_{z_i}) \omega_{x_i} \omega_{z_i} = u_5$$

$$J_{z_i} \dot{\omega}_{z_i} + (J_{y_i} - J_{x_i}) \omega_{x_i} \omega_{y_i} = u_6$$

$$\dot{\vartheta} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\cos \nu} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \quad (4.1)$$

$$\dot{\gamma} = \omega_x - tg \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma)$$

$$\sin \vartheta = \sin \theta \cos \alpha \cos \beta + \cos \theta (\sin \alpha \cos \gamma_c + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_c)$$

$$\sin \psi \cos \gamma = \sin \Psi \cos \beta \cos \gamma_c + \cos \Psi (\sin \beta \cos \theta + \sin \gamma_c \sin \theta \cos \beta) - \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma$$

$$\cos \vartheta \sin \gamma = \sin \gamma_c \cos \beta \cos \theta - \sin \beta \sin \theta$$

$$\dot{x}_g = v \cos \Theta \cos \Psi$$

$$\dot{y}_g = v \sin \Theta$$

$$\dot{z}_g = -v \cos \Theta \sin \Psi$$

$$r = \sqrt{x_g^2 + y_g^2 + z_g^2}$$

$$m = m_0 - |\dot{m}|t$$

5. Անօդաչու թռչող սարքի շարժման դիֆերենցիալ հավասարումների գծայնացումը

(4.1) բանաձևում գծայնացնենք դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգը: Դրա համար թռչող սարքի ցանկալի շարժման պարամետրերը համարենք՝

$$v_*, \Theta_*, \Psi_*, \omega_{x_*}, \omega_{y_*}, \omega_{z_*}, \vartheta_*, \psi_*, \gamma_*, x_*, y_*, z_*,$$

Իսկ դրանց շեղումները՝

$$\Delta v, \Delta \Theta, \Delta \Psi, \Delta \omega_x, \Delta \omega_y, \Delta \omega_z, \Delta \vartheta, \Delta \psi, \Delta \gamma, \Delta x, \Delta y, \Delta z,$$

Այդ դեպքում կունենանք՝

$$v = v_* + \Delta v, \quad \Theta = \Theta_* + \Delta \Theta, \quad \Psi = \Psi_* + \Delta \Psi, \quad \omega_x = \omega_{x_*} + \Delta \omega_x, \quad \omega_y = \omega_{y_*} + \Delta \omega_y, \quad \omega_z = \omega_{z_*} + \Delta \omega_z$$

$$\vartheta = \vartheta_* + \Delta \vartheta, \quad \psi = \psi_* + \Delta \psi, \quad \gamma = \gamma_* + \Delta \gamma, \quad x = x_* + \Delta x, \quad y = y_* + \Delta y, \quad z = z_* + \Delta z: \quad (5.1)$$

Տեղադրենք (5.1) բանաձևը (4.1)-ի մեջ: Շեղումները համարելով շատ փոքր՝ սինուսի և կոսինուսի համար վերցնենք իրենց մոտավոր արժեքները: Կստանանք գծային հավասարումների համակարգ: Որպես օրինակ դիտարկենք (4.1)-ի առաջին հավասարման գծայնացումը՝

$$m \dot{v} = u_1 + Q_{xk},$$

$$m \frac{d(v_* + \Delta v)}{dt} = u_1 - Q \sin(\Theta_* + \Delta \Theta),$$

$$m \left(\frac{dv_*}{dt} + \frac{d\Delta v}{dt} \right) = u_1 - Q \sin \Theta_* \cos \Delta \Theta - Q \cos \Theta_* \sin \Delta \Theta,$$

$$m \frac{d\Delta v}{dt} = u_1 - Q \Theta_* - Q \Delta \Theta:$$

Կատարելով նույն գործողությունները մնացած հավասարումների հետ, և կատարելով հետևյալ նշանակումները՝

$$x_1 = \Delta x, \quad x_2 = \Delta y, \quad x_3 = \Delta z, \quad x_4 = \Delta v, \quad x_5 = \Delta \omega_x, \quad x_6 = \Delta \omega_y,$$

$$x_7 = \Delta \omega_z, \quad x_8 = \Delta \Theta, \quad x_9 = \Delta \Psi, \quad x_{10} = \Delta \psi, \quad x_{11} = \Delta \vartheta, \quad x_{12} = \Delta \gamma,$$

կստանանք գծային դիֆերենցիալ հավասարումներ հետևյալ տեսքով՝

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_4 \cos \Theta_* - x_8 \nu_* \sin \Theta_*, \\
\dot{x}_2 &= x_4 \sin \Theta_* - x_8 \nu_* \cos \Theta_*, \\
\dot{x}_3 &= -x_9 \nu_* \cos \Theta_*, \\
\dot{x}_4 &= \frac{u_1}{m} - \frac{x_8}{m} Q - \frac{Q \Theta_*}{m} \\
\dot{x}_5 &= \frac{u_4}{J_x} - \frac{J_z - J_y}{J_x} \omega_{y_*} \omega_{z_*} - \frac{J_z - J_y}{J_x} x_7 \omega_{y_*} - \frac{J_z - J_y}{J_x} x_5 \omega_{z_*}, \\
\dot{x}_6 &= \frac{u_5}{J_y} - \frac{J_x - J_z}{J_y} \omega_{x_*} \omega_{z_*} - \frac{J_x - J_z}{J_y} x_7 \omega_{x_*} - \frac{J_x - J_z}{J_y} x_5 \omega_{z_*}, \quad (5.2) \\
\dot{x}_7 &= \frac{u_6}{J_z} - \frac{J_y - J_x}{J_z} \omega_{x_*} \omega_{y_*} - \frac{J_y - J_x}{J_z} x_6 \omega_{x_*} - \frac{J_y - J_x}{J_z} x_5 \omega_{y_*}, \\
\dot{x}_8 &= \frac{u_2}{m \nu_*} + \frac{Q \Theta_*}{m \nu_*} x_8, \\
\dot{x}_9 &= \frac{u_3}{m \nu_* \cos \Theta_*}, \\
\dot{x}_{10} &= \frac{1}{\cos \Theta_*} x_6, \\
\dot{x}_{11} &= x_7, \\
\dot{x}_{12} &= x_5 - x_6 \operatorname{tg} \Theta_*,
\end{aligned}$$

Լրիվ դեկավարելիության պայմանի ստուգման համար դիտարկենք պարզեցված դեպք, այսինքն երբ (6.3) գծային հավասարումների * պայմանները բացի արագությունից զրոյական են: Այդ դեպքում հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը՝

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_4, \dot{x}_2 = -x_8 \nu_*, \dot{x}_3 = -x_9 \nu_*, \dot{x}_4 = \frac{u_1}{m} - \frac{x_8}{m} Q, \dot{x}_5 = \frac{u_4}{J_x}, \dot{x}_6 = \frac{u_5}{J_y}, \\
\dot{x}_7 &= \frac{u_6}{J_z}, \dot{x}_8 = \frac{u_2}{m \nu_*}, \dot{x}_9 = \frac{u_3}{m \nu_*}, \dot{x}_{10} = x_6, \dot{x}_{11} = x_7, \dot{x}_{12} = x_5, \quad (5.3)
\end{aligned}$$

Գրենք ստացված հավասարումները հետևյալ վեկտորամատրիցային տեսքով՝

$$\dot{x} = A x(t) + B u(t), \quad (5.4)$$

Որտեղ՝

$$\begin{aligned}
x(t) &= (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12})^T, \\
u(t) &= (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6)^T,
\end{aligned}$$

Այս դեպքում A և B մատրիցաները կունենան հետևյալ տեսքը՝

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -v_* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -v_* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Q}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_z} \\ 0 & \frac{1}{m\omega_*} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m\omega_*} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Օգտվելով Կալմանի թեորեմից [5]՝ ցույց է տրվում, որ համակարգը լրիվ ղեկավարելի է:

6. ԱԹՄ-ի օպտիմալ ղեկավարման խնդրի դրվածքը և լուծումը Պոնտրյագինի մաքսիմումի սկզբունքով

Դիտարկենք հետևյալ ղեկավարվող համակարգը՝

$$\dot{x} = f(x, u) = Ax(t) + Bu(t): \quad (6.1)$$

Պահանջվում է գտնել այնպիսի $u_i(t) \quad i = \overline{1;6}$ ($|u_i| \leq 1$) ղեկավարումներ, որոնց ազդեցությամբ ղեկավարվող համակարգի շարժումը տրված $x(t_0)$ սկզբնական վիճակից տեղափոխվում է $x(t_1) = 0$ վերջնական վիճակ ամենակարճ ժամանակում:

Խնդիրը լուծենք Պոնտրյագինի մաքսիմումի սկզբունքով [4]:

H ֆունկցիան ունի հետևյալ տեսքը՝

$$H = \sum_{i=1}^{12} \psi_i \dot{x}_i = \psi_1 x_4 - v_* \psi_2 x_8 - v_* \psi_3 x_9 + \psi_4 \frac{u_1}{m} - \psi_4 \frac{Q}{m} x_8 + \psi_5 \frac{u_4}{J_x} + \psi_6 \frac{u_5}{J_y} + \psi_7 \frac{u_6}{J_z} + \psi_8 \frac{u_2}{m\omega_*} + \psi_9 \frac{u_3}{m\omega_*} + \psi_{10} x_7 + \psi_{11} x_9 + \psi_{12} x_5 \quad (6.2)$$

Ղեկավարման պարամետրերը բավարարում են հետևյալ պայմաններին.

$$|u_i| \leq 1 \quad (i = \overline{1;6}) \quad (6.3)$$

Հաշվենք H ֆունկցիայի մաքսիմումը՝

$$\begin{aligned} \max H = & \psi_1 x_4 - \nu_* \psi_2 x_8 - \nu_* \psi_3 x_9 + \max \left(\psi_4 \frac{u_1}{m} \right) - \psi_4 \frac{Q}{m} x_8 + \max \left(\psi_5 \frac{u_4}{J_x} \right) + \\ & + \max \left(\psi_6 \frac{u_5}{J_y} \right) + \max \left(\psi_7 \frac{u_6}{J_z} \right) + \max \left(\psi_8 \frac{u_2}{m\nu_*} \right) + \max \left(\psi_9 \frac{u_3}{m\nu_*} \right) + \psi_{10} x_7 + \psi_{11} x_9 + \psi_{12} x_5 \end{aligned}$$

Քանի որ $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{m\nu_*}$, $\frac{1}{I_x}$, $\frac{1}{I_y}$, $\frac{1}{I_z}$ -ը դրական հաստատուններ են, ապա H ֆունկցիան իր

մաքսիմալ արժեքը կընդունի այն և միայն այն դեպքում, երբ՝

$$u_1 = \operatorname{sgn} \psi_4, \quad u_2 = \operatorname{sgn} \psi_8, \quad u_3 = \operatorname{sgn} \psi_9, \quad u_4 = \operatorname{sgn} \psi_5, \quad u_5 = \operatorname{sgn} \psi_6, \quad u_6 = \operatorname{sgn} \psi_7,$$

u_i դեկլարումները որոշվում են ψ_i ($i = \overline{1;12}$) ֆունկցիաների նշաններով, իսկ դրանք էլ կախված են ինտեգրման հաստատուններից:

$$\psi_4 = -C_1 t + C_4$$

Երբ $C_1 > 0$, ապա ψ_4 -ը փոխում է իր նշանը դրականից բացասական, իսկ u_1 -ը սկզբում ընդունում է +1 արժեք, հետո՝ -1:

Երբ $C_1 < 0$, ապա ψ_4 -ը փոխում է իր նշանը բացասականից դրական, իսկ u_1 -ը սկզբում ընդունում է -1 արժեք, հետո՝ +1:

$$\psi_5 = -C_5 t + C_6$$

Երբ $C_5 > 0$, ապա ψ_5 -ը փոխում է իր նշանը դրականից բացասական, իսկ u_4 -ը սկզբում ընդունում է +1 արժեք, հետո՝ -1:

Երբ $C_5 < 0$, ապա ψ_5 -ը փոխում է իր նշանը բացասականից դրական, իսկ u_4 -ը սկզբում ընդունում է -1 արժեք, հետո՝ +1:

$$\psi_6 = -C_7 t + C_8$$

Երբ $C_7 > 0$, ապա ψ_6 -ը փոխում է իր նշանը դրականից բացասական, իսկ u_5 -ը սկզբում ընդունում է +1 արժեք, հետո՝ -1:

Երբ $C_7 < 0$, ապա ψ_6 -ը փոխում է իր նշանը բացասականից դրական, իսկ u_5 -ը սկզբում ընդունում է -1 արժեք, հետո՝ +1:

$$\psi_7 = -C_9 t + C_{10}$$

Երբ $C_9 > 0$, ապա ψ_7 -ը փոխում է իր նշանը դրականից բացասական, իսկ u_6 -ը սկզբում ընդունում է +1 արժեք, հետո՝ -1:

Երբ $C_9 < 0$, ապա ψ_7 -ը փոխում է իր նշանը բացասականից դրական, իսկ u_6 -ը սկզբում ընդունում է -1 արժեք, հետո՝ +1:

$$\psi_8 = -C_1 t^2 + (C_2 + C_4)t + C_{11} = \left(t - \frac{C_2 + C_4}{2C_1} \right)^2 - \frac{(C_2 + C_4)^2 + 4C_1 C_{11}}{4C_1^2}$$

Երբ $\frac{(C_2 + C_4)^2 + 4C_1 C_{11}}{4C_1^2} > 0$, ապա ψ_8 -ը ունի երեք նշանափոխ միջակայքեր, իսկ u_2 -ը

ընդունում է +1 ; -1; +1 արժեքները:

Երբ $\frac{(C_2 + C_4)^2 + 4C_1 C_{11}}{4C_1^2} < 0$, ապա ψ_8 -ը իր նշանը չի փոխում, այն միշտ դրական է, իսկ

u_2 -ը ընդունում է +1 արժեք:

$$\psi_9 = -C_3 t + C_{12}$$

Երբ $C_3 > 0$, ապա ψ_9 -ը փոխում է իր նշանը դրականից բացասական, իսկ u_3 -ը սկզբում ընդունում է +1 արժեք, հետո՝ -1:

Երբ $C_3 < 0$, ապա ψ_9 -ը փոխում է իր նշանը բացասականից դրական, իսկ u_3 -ը սկզբում ընդունում է -1 արժեք, հետո՝ +1:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- [1]Дмитриевкий А., Внешняя баллистика, Москва, Машиностроение, 1972, с. 582.
 [2]Чепурных И.В., Динамика полета самолетов - Комсомольск-на-Амуре, ФГБОУ ВПО «КНАГТУ», 2014, с. 112.
 [3]Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С., Динамика полета беспилотных летательных аппаратов, Москва, Машиностроение, 1973, с. 619.
 [4]Понтрягин Л.С., Математическая теория оптимальных процессов, Москва, Физматлит, 1961, 391с.
 [5]Красовский Н.Н., Теория управления движением, Москва, Наука, 1968, с. 4.

Գրիգորյան Էդմոն

ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ԶԱՆԳՎԱԾՈՎ ԱՆՕԴԱԶՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԹՈՂՈՂ ՍԱՐՔԻ ԹՈՒՂՔԻ ՂԵԿԱՎԱՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Բանալի բառեր՝ ԱԹՍ, ղեկավարում, շարժման հավասարում, գծային, խնդիր:

Աշխատանքում դիտարկվել է անօդաչու թռչող սարքը, և նկարագրվել է նրա տարածական շարժումը: Փոփոխական զանգվածով մարմնի դինամիկայի հիմնական հավասարումների միջոցով նկարագրվել են այն ուժերը և մոմենտները, որոնք հանդիսանում են ղեկավարող ազդեցություններ: ԱԹՍ-ի տարածական շարժման դիֆերենցիալ հավասարումների օգնությամբ կառուցվել է ԱԹՍ-ի՝ որպես ղեկավարվող համակարգի մաթեմատիկական մոդելը: Կատարվել է ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի գծային մոտավորությունը: ԱԹՍ-ի գծային մոտավորությ-

յան մոդելի համար դիտարկվել է օպտիմալ դեկալարման խնդիրը, և Պոնտրյագինի մաքսիմալի սկզբունքով լուծվել է այդ խնդիրը:

Григорян Эдмон

ОБ УПРАВЛЕНИИ БЛА С ПЕРЕМЕННОЙ МАССОЙ

Ключевые слова: БЛА, управление, уравнение движения, линейный, задача.

В работе рассмотрен беспилотный летательный аппарат, а также описано его пространственное движение. С помощью основных уравнений динамики тела с переменной массой описаны те силы и моменты, которые являются управляющими воздействиями. Приведены дифференциальные уравнения пространственного движения БЛА, построена математическую модель БЛА в качестве управляемой системы. Вычислено линейное приближение для этих систем нелинейных дифференциальных уравнений. Для модели линейного приближения БЛА рассмотрена задача оптимального управления. Задача решена по принципу максимума Понтрягина.

GrigoryanEdmon

ONCONTROLLINGTHEUAVWITHVARIABLEMASS

Key words: UAV, control, equation of motion, linear, task.

The paper considers the unmanned aerial vehicle, as well as describes its spatial movement. The basic equations of the dynamics of a body with variable mass are used to describe the forces and moments, which are the control actions. Differential equations of the spatial motion of the UAV are given, a mathematical model of the UAV (as a controlled system) is built. A linear approximation is calculated for these systems of nonlinear differential equations. The optimal control task is considered for the UAV linear approximation model. The task is solved using the Pontryagin maximum principle.