

Физика

Ю. О. АВЕТИСЯН, К. М. МОВСИСЯН, П. С. ПОГОСЯН

ДЕТЕКТИРОВАНИЕ КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СВЕТА  
 В ВОЛНОВОДЕ, ЗАПОЛНЕННОМ НЕЛИНЕЙНЫМ  
 ДИЭЛЕКТРИКОМ

Рассмотрен процесс детектирования квазимонохроматического света в нелинейном кристалле, помещенном в прямоугольный волновод. Исследованы спектральные характеристики поля в волноводе. Рассмотрено также влияние потерь в кристалле на процесс детектирования света.

Детектирование света с помощью нелинейного кристалла имеет большие перспективы для целого ряда практических применений [1—3]. К ним, в частности, относится получение ультракоротких электрических импульсов при детектировании излучения пикосекундного лазера. Спектр таких импульсов в основном лежит в области СВЧ, и возникает трудность неискаженного вывода сигнала с нелинейного кристалла. Для этого необходимо использовать широкополосные системы передачи электромагнитного поля. Наиболее простое и в то же время удовлетворительное решение можно получить, помещая нелинейный кристалл в волновод.

В настоящей работе рассматривается детектирование квазимонохроматического излучения. Предполагается, что среда с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  полностью заполняет поперечное сечение волновода и на участке длины  $[0; L]$  обладает нелинейными свойствами.

В качестве исходных используются уравнения Максвелла, записанные для фурье-компонент возбуждаемого поля

$$\text{rot} \vec{H}(\omega) = \frac{-i\omega\epsilon(\omega)}{c} \vec{E}(\omega) + \frac{4\pi\omega}{c} \vec{P}_{(\omega)}^{NL}, \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E}(\omega) = \frac{i\omega}{c} \vec{H}(\omega). \quad (2)$$

Фурье-образ нелинейной поляризации  $\vec{P}_{(\omega)}^{NL}$  определяется из выражения (см., напр., [4]).

$$\vec{P}_{(\omega)}^{NL} = \iint \vec{P}_0 \mathbf{A}(\omega_1, \vec{r}) \mathbf{A}^*(\omega_2, \vec{r}) \chi_{\text{эф}}(\omega_1, \omega_2) \delta(\omega_1 - \omega_2 - \omega) d\omega_1 d\omega_2, \quad (3)$$

где  $\vec{P}_0$  — единичный вектор,  $\chi_{\text{эф}}(\omega_1, \omega_2)$  — эффективное значение тензора нелинейной восприимчивости,  $\mathbf{A}(\omega, \vec{r})$  — фурье-компонента напряженности электрического поля возбуждающего излучения.

В уравнениях Максвелла величина  $i\omega\vec{P}_{(\omega)}^{NL}$  выполняет роль плотности тока сторонних источников. Поэтому для их решения воспользуемся той же методикой, что и в задачах по возбуждению волновода внешним током (см., напр., [5]). Предварительно упростим выражение (3). В приближении заданного поля для плоских возбуждающих волн имеем

$$\vec{A}(\omega\vec{r}) = \vec{A}(\omega)e^{-ikz}.$$

Если также учесть, что в реальных ситуациях дисперсия в полосе частот возбуждающего поля невелика, т. е.

$$k(\omega_1) - k(\omega_2) = \frac{\omega_1 - \omega_2}{u_{гр}},$$

и, кроме того, пренебречь дисперсией нелинейной восприимчивости, то выражение (3) приводится к виду

$$\vec{P}_{(\omega)}^{NL} = \vec{\rho}_0 \chi_{s\phi} e^{-ik_s z} \int \vec{A}(\omega_1) \vec{A}^*(\omega_1 - \omega) d\omega_1, \quad (4)$$

где  $k_s = \frac{\omega}{u_{гр}}$ ,  $u_{гр}$  — групповая скорость.

Решение уравнений приведем для случая, когда направление вектора  $\vec{\rho}_0$  параллельно узкой стенке волновода (ось  $y$ ). При этом можно показать, что возбуждаются только волны  $H_{m0}$  типов с нечетным индексом  $m$  и поперечные составляющие поля в волноводе в области  $z > L$  определяются из выражений

$$E_y(\omega) = \sum_{m=1} \frac{-8l\omega^2 \chi_{s\phi} F(\omega) \sin \frac{m\pi}{a} x}{mc^2 \gamma} \operatorname{sinc}(k_s - \gamma) \frac{L}{2} e^{-\left(\gamma z + \frac{k_s - \gamma L}{2}\right)}, \quad (5)$$

$$H_x(\omega) = \frac{E_y(\omega)}{\rho}, \quad (6)$$

где  $\gamma = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}$  — фазовая постоянная,  $a$  — размер широкой стенки волновода,  $\rho = \frac{\omega}{c\gamma}$  — волновое сопротивление, функции

$$\operatorname{sinc} x = \frac{\sin x}{x}, \quad \text{а } F(\omega) = \int \vec{A}(\omega_1) \vec{A}^*(\omega_1 - \omega) d\omega_1.$$

Из (5) следует, что спектр возбужденного излучения существенно зависит от степени выполнения синхронизма взаимодействия  $k_s = \gamma$ . Поскольку фазовая постоянная  $\gamma$  зависит от индекса  $m$ , то условие синхронизма для различных мод будет выполняться на разных частотах:

$$\omega_{cm} = \frac{m\pi c}{a \sqrt{\epsilon - n_s^2}}. \quad (7)$$

При прочих равных условиях наиболее интенсивной в спектре будет линия с частотой  $\omega_{cm}$ , так как эффективность возбуждения моды  $H_{m0}$  обратно пропорциональна значению индекса  $m$ .

Для анализа выражения (5) необходимо задать вид зависимости  $F(\omega)$ . В большинстве случаев возбуждающее поле является случайной функцией времени, т. е. эта зависимость недетерминирована. Поэтому удобно рассматривать энергетические характеристики излучения, так как при этом проводится усреднение и неопределенность, вызываемая случайным характером поля, отпадает. В предположении стационарности излучения для мощности поля в волноводе имеем

$$I = \frac{c}{4\pi\rho} \int_S ds \int J(\omega) d\omega, \quad (8)$$

где  $J(\omega)\delta(\omega-\omega') = \overline{E_y(\omega)E_y^*(\omega')}$  и чертой обозначено статистическое усреднение. Подставляя сюда  $E_y(\omega)$  из (5) и проводя интегрирование по поперечному сечению волновода, получаем

$$I = \int \sum_{m=1} \frac{8\chi_{\phi}^2 \omega^2 L^2 S}{m^2 \pi c^2 \gamma} \Phi(\omega) \text{sinc}^2(k_s - \gamma) \frac{L}{2} d\omega, \quad (9)$$

где  $\Phi(\omega)\delta(\omega-\omega') = \overline{F(\omega)F^*(\omega')}$ ,  $S$  — площадь поперечного сечения волновода.

Для проведения усреднения в этом выражении необходимо задать определенную статистику возбуждающего излучения. Рассмотрим случай, когда в различные моменты времени значения поля распределены по нормальному закону. Так, например, такая статистика имеет место для излучения твердотельного лазера, содержащего большое число некоррелированных мод. Используя известное соотношение для величин  $x_j$ , распределенных по нормальному закону  $x_1 x_2 x_3 x_4 = x_1 x_2 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_1 x_4 + x_1 x_3 x_2 x_4$ , получаем

$$\Phi(\omega) = 2 \int S(\omega_1) S(\omega_1 - \omega) d\omega_1, \quad (10)$$

где  $S(\omega_1)$  — спектральная плотность (фурье-образ функции автокорреляции) возбуждающего излучения.

Таким образом, задавая форму спектральной линии квазимонохроматического света, т. е. вид функции  $S(\omega_1)$ , можно рассчитать мощность поля в волноводе. Для иллюстрации основных особенностей процесса детектирования света в волноводе рассмотрим случай гауссовой формы спектра  $S(\omega_1)$ . При этом получаем

$$I = \int \sum_{m=1} \frac{8S\chi_{\phi}^2 L^2 I_0 \sigma}{m^2 c \sqrt{\epsilon - \left(\frac{m\pi c}{a\omega}\right)^2}} D(\omega) B(\omega) d\omega, \quad (11)$$

где  $D(\omega) = \frac{\omega^2}{\sigma^2} e^{-2(\ln 2)\omega^2/\sigma^2}$ ,  $I_0 = \frac{4\pi}{c n S} W_0$ ,  $\sigma$  и  $W_0$  — ширина спектральной

линии и мощность возбуждающего излучения,  $B(\omega) = \sin^2(k_s - \gamma) \frac{L}{2}$ .

Из (11) следует, что энергетический спектр излучения в основном определяется произведением функций  $D(\omega) B(\omega)$ . Функция  $B(\omega)$ , характеризующая синхронизм нелинейного взаимодействия, очевидно, будет максимальна на частотах, определяемых выражением (7). Эффективная полоса частот, в пределах которой эта функция принимает значения, близкие к максимальному, определяется из формулы  $\Delta\omega = 5,56\pi n_s [L(\epsilon - n_s^2)]^{-1}$ . Функция  $D(\omega)$  принимает максимальное значение на частоте  $\omega_d = \omega(2\ln 2)^{-1/2}$ , и ширина ее спектра  $\sim \sigma$ . Выбирая подходящим образом размер широкой стенки волновода, можно достичь равенства  $\omega_{с1} = \omega_d$  и тем самым обеспечить высокую эффективность возбуждения СВЧ излучения. В большинстве практических случаев  $\sigma \gg \Delta\omega$ .

Таким образом, в отличие от случая детектирования света на фотокатоде [6] спектральная ширина линии излучения определяется не спектром возбуждающего поля, а дисперсией волновода.

В проведенном выше расчете мощности поля в волноводе мы пренебрегали диэлектрическими потерями кристалла. При наличии небольших потерь, т. е. когда еще справедлив метод разложения поля по собственным волнам волновода, мы приходим вновь к выражению (11) с той лишь разницей, что здесь

$$B(\omega) = \frac{1 + e^{-\alpha L} - 2e^{-\alpha L} \cos \Delta k L}{L^2(\alpha^2 + \Delta k^2)}, \quad (12)$$

$\alpha$  — коэффициент затухания волны в волноводе,  $\Delta k = k_s - \gamma$ . При выводе (12) пренебрегались потери кристалла на оптических частотах, что справедливо для большинства нелинейных материалов. Из полученного выражения видно, что при выполнении условия синхронизма взаимодействия ( $\Delta k = 0$ ) рост мощности с увеличением длины кристалла, на-

чинающая с  $L \approx \frac{2}{\alpha}$ , происходит незначительно. Нетрудно также убедиться,

что при  $\Delta k \gg \alpha > \frac{2}{L}$  зависимость мощности излучения от частоты в

основном обусловлена формой спектральной линии возбуждающего излучения. Это обстоятельство, в частности, может быть использовано для определения спектральных характеристик возбуждающего излучения.

Анализ полученных результатов показывает, что когда длина волны возбуждаемого излучения в нелинейном кристалле значительно короче поперечных размеров волновода, то для расчета интенсивности на РЧ с достаточной точностью можно воспользоваться методом разложения поля по плоским волнам. В этом приближении рассмотрим задачу о возбуждении излучения РЧ с помощью двух лазерных пучков гауссового профиля.

Возбуждающие лазерные поля имеют следующий вид

$$\vec{E}_j = \vec{e}_j A_j(x, y) B_j \left( t - \frac{z}{u_{гp}} \right) e^{i(\omega_j t - k_j z)},$$

где  $j=1,2$  и  $k_j = \frac{n_j(\omega)\omega_j}{c}$ ,

$$A_j(x, y) = A_{j0} e^{-(x^2 + y^2) r_j^{-2}},$$

$$B_j \left( t - \frac{z}{u_{rp}} \right) = B_{j0} e^{-\frac{8}{\tau_j^2} \left( t - \frac{z}{u_{rp}} - t_{0j} \right)^2}$$

$\tau_j$  — длительность лазерного импульса на уровне  $e^{-2}$ ,  $r_j$  — эффективный радиус пучка,  $t_{0j}$  — временное смещение.

Для углового спектра возбуждаемого поля получается следующее уравнение

$$\frac{d^2 A(\alpha, \beta, z, \Omega)}{dz^2} + g^2 A(\alpha, \beta, z, \Omega) = -\eta F(\alpha, \beta) Q(t_0, \tau_1, \tau_2, \Omega) \times \\ \times e^{-\frac{(\Omega - \Omega_0)^2}{32(\tau_1^2 + \tau_2^2)} - ik_s z}, \quad (13)$$

где  $\Omega_0 = \omega_2 - \omega_1$  разностная частота,  $g^2 = k^2 - \alpha^2 - \beta^2$ ,  $k = \frac{n(\Omega)\Omega}{c}$ ,  $k_s = \frac{n(\omega)\Omega}{c}$ ,  $F(\alpha, \beta)$  определяется сверткой угловых спектров возбуждающих лазерных пучков,  $\eta = 4\pi \chi_{эф} \left( \frac{\Omega}{c} \right)^2$  и

$$Q(t_0, \tau_1, \tau_2, \Omega) = \frac{B_{10} B_{20} \tau_1 \tau_2}{2^{5/2} \pi^{1/2} \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}} e^{-\left[ \frac{8t_0^2}{\tau_1^2 + \tau_2^2} + 1(\Omega - \Omega_0) \frac{\tau_1^2}{\tau_1^2 + \tau_2^2} t_0 \right]}.$$

Решение уравнения (13) для прямой волны с учетом условия

$A(\alpha, \beta, z, \Omega)|_{z=0} = 0$  имеет вид

$$A(\alpha, \beta, z, \Omega) = \frac{i\eta z}{k_s + g} F(\alpha, \beta) Q(t_0, \tau_1, \tau_2, \Omega) e^{-\frac{\tau_1^2 \tau_2^2}{32(\tau_1^2 + \tau_2^2)} (\Omega - \Omega_0)^2} \times \\ \times e^{i \frac{k_s + g}{2} z \sin^2 \frac{k_s - g}{2} z} \quad (14)$$

Для углового распределения интенсивности имеем

$$I = \left( \frac{\eta l}{k_s + g} \right)^2 |Q|^2 e^{-\frac{(\Omega - \Omega_0)^2}{16(\tau_1^2 + \tau_2^2)} \sin^2 \frac{k_s - g}{2} l}. \quad (15)$$

Из (15) видно, что эффективное излучение получается при

$$k_s - g = k \cos \theta_0.$$

Угловая ширина  $\Delta \theta_0$  излучения определяется первым нулем функции  $\sin^2 \frac{k_s - g}{2} e$ , т. к. основная доля энергии сосредоточена в этой области

$$\Delta\theta_0 \approx \frac{2\pi}{k_0 l} \operatorname{ctg}\theta_0.$$

Оценим длительность и ширину спектра возбуждаемого импульса. Из выражения (14) для длительности  $\tau$  на уровне  $e^{-2}$  имеем

$$\tau = \frac{\tau_1 \tau_2}{\sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}}.$$

Спектральная ширина на уровне 0,51 из (15) будет

$$\Delta\Omega \approx 6,66 \frac{1}{\tau}.$$

Для мощности излучения получается

$$P \approx 2^9 \pi^{5/2} \frac{n}{n_1 n_2} \left( \frac{r_1 r_2}{r_1^2 + r_2^2} \right)^2 \frac{N^2 \Omega_0^2}{c^2 k_0} l P_1 P_2 e^{-\frac{16t_0^2}{\tau_1^2 + \tau_2^2}} e^{-\frac{r^2 k^2 \sin^2 \theta_0}{2}}. \quad (16)$$

Формула (16) позволяет судить о эффективности преобразования в зависимости от пространственной и временной когерентности лазерных пучков.

В заключение сделаем следующие замечания:

а) Благодаря малоинерционности нелинейных кристаллов и широкой полосе пропускания волноводов, предлагаемый метод детектирования света имеет большую перспективность, чем детектирование на фотокатоде.

б) Рассмотренная задача отвечает практической ситуации — детектированию света модулированного СВЧ колебаниями. Кроме этого, она достаточно общая, поскольку результаты аналогичных расчетов в приближении плоских взаимодействующих волн могут быть получены при соответствующем предельном переходе размеров волновода к бесконечности.

в) Нами была рассмотрена только квадратичная нелинейная восприимчивость среды, что оправдано для большинства нелинейных кристаллов при полях значительно меньших, чем атомные.

г) При детектировании импульсов с достаточно широким спектром следует соблюдать определенную осторожность, а именно при незначительных потерях в волноводе ( $\alpha l \ll 1$ ) спектр сигнала будет определяться дисперсией волновода.

Кафедра радиопизики и электроники

Поступила 11.06.1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зубов Б. В., Костин В. В., ЖПС, 11, 732, 1969.
2. Хирд Г., Измерение лазерных параметров, изд. «Мир», М., 1970.
3. Бокуть Б. В., Казак Н. С., ЖПС, 26, 1007, 1977.
4. Файн В. М., Фотоны и нелинейные среды, т. 1, изд. «Сов. радио», М., 1972.
5. Вайнштейн Л. А., Электромагнитные волны, изд. «Сов. радио», М., 1957.
6. Forrester A. T., J. Opt. Soc. Am., 51, 253, 1961.

ՅՈՒ. Հ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Կ. Մ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ, Պ. Ս. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

**ՈՉ ԿԾԱՅԻՆ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿՈՎ ԼՑՎԱԾ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ ՔՎԱԶԻՄԵՆԵՐԱՆԳ  
ԼՈՒՑՄԻ ԴԵՏԵԿՏՈՒՄԸ**

**Ա մ փ ո փ ու մ**

*Դիտարկված է ուղղանկյուն ալիքատարում տեղադրված ոչ գծային բյուրեղում քվազիմեներանգ լույսի դետեկտման երևույթը: Հետազոտված են ալիքատարում դաշտի սպեկտրալ բնութագրերը: Դիտարկված է նաև բյուրեղում կորուստների ազդեցությունը լույսի դետեկտման պրոցեսի վրա:*