УДК 519.71

О ГАМИЛЬТОНОВЫХ ЦИКЛАХ В ГРАФАХ

Мы будем рассматривать гамильтоновые циклы определенных длин в полном графе со взвешенными ребрами. Пусть $G(n, r(n))$—множество всех n вершинных полных графов, ребра которых принимают натуральные значения $1, 2, ..., r(n)$. Обозначим через $G(n, r(n), k)$ множество всех тех графов из $G(n, r(n))$, которые имеют хотя бы один гамильтоновый цикл длины k, $n \leq k \leq nr(n)$. Справедлива следующая

Теорема. Для любого $r(n)$ и k, где

$$\frac{n(r(n)+1)}{2} - 0(\sqrt{n}\, r(n)) \leq k \leq \frac{n(r(n)+1)}{2} + 0(\sqrt{n}\, r(n)),$$

имеет место соотношение

$$G(n, r(n)) \sim G(n, r(n), k) \text{ при } n \to \infty.$$

Набросок доказательства. Показывается сначала, что $G(n, r(n), nr(n)-k-n) = G(n, r(n), k)$. Пусть $k = \frac{n(r(n)+1)}{2} - t$, где $t \leq 0(\sqrt{n}\, r(n))$. Расматривается следующая случайная величина $\xi_{n,k}$, которая принимает значение m $\left(m = 0, 1, \cdots, \frac{(n-1)!}{2}\right)$ с вероятностью $\frac{P_m}{r(n)^{\binom{n}{2}}}$, где P_m—число всех графов из $G(n, r(n))$, содержащих ровно m гамильтоновых циклов длины k. Согласно неравенству Чебышева имеет место $P(\xi_{n,k}=0) \leq \frac{D\xi_{n,k}}{(M\xi_{n,k})^2}$, где $M_{\xi_{n,k}}$ и $D_{\xi_{n,k}}$—соответственно математическое ожидание и дисперсия случайной величины $\xi_{n,k}$. Поэтому, показывая, что $M_{\xi_{n,k}} > 0$ и $\frac{D\xi_{n,k}}{(M\xi_{n,k})^2} \to 0$ при $n \to \infty$, получим доказательство теоремы.

При этом для вычисления $M_{\xi_{n,k}}$ и $D_{\xi_{n,k}}$ используются и результаты из [1] и [2] соответственно для подсчета числа способов разбиения k различимых вещей на n различимые группы, при которых число элементов x в каждой группе заключено между 1 и $r(n)$, $1 \leq x \leq r(n)$ и для вычисления числа гамильтоновых циклов в полном графе имеющих данное количество общих ребер с фиксированным гамильтоновым циклом.

Г. П. ТОНОЯН

ВЦ АН Арм. ССР и ЕГУ

Поступило 12.12.1987

ЛИТЕРАТУРА

1. **Сачков В. Н.** Комбинаторные методы дискретной математики. Изд-во: Наука, 1977.
2. **Nemetz T.** On the number of Hamilton-cycles having common edges of given number with a fixed Hamilton-cycle.—Mat. Lapoh, 1970, v. 21, № 1—2, p. 65—81.