

**Физика**

УДК [535.530.182]:621.372.632

А. О. МАКАРЯН, К. М. МОВСИСЯН

**ОСОБЕННОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ  
МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА, ВОЗБУЖДАЕМОГО  
ВОЛНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ**

Исследованы пространственные и временные характеристики излучения на разностной частоте, возбуждаемого волной нелинейной поляризации, когда поперечные размеры области, занятой волной нелинейной поляризации, имеют величину порядка длины волны разностного излучения, а ширина частотного спектра возбуждающего излучения—порядка разностной частоты.

Найдены условия оптимального преобразования, при котором получается остронаправленное и широкополосное излучение разностной частоты в СВЧ диапазоне.

**1. Введение.** Для эффективного возбуждения излучения на разностной частоте (ИРЧ) лазеров необходимо, чтобы имел место волновой синхронизм взаимодействия. Во многих случаях это достигается путем соответствующего выбора угла  $\psi$  между направлениями распространения возбуждающих волн (векторный синхронизм) (см., напр., [1, 2]). Однако, когда поперечные размеры области, занятой волной нелинейной поляризации  $g$ , намного меньше длины волны ИРЧ— $\lambda$ , вступает в силу черенковский механизм генерации [3]. В этом случае эффективное ИРЧ можно получить и при коллинеарном распространении возбуждающих пучков ( $\psi = 0$ ).

Во многих экспериментах (см. напр., [4]) при генерации ИРЧ в миллиметровом диапазоне волн величина  $g$  оказывается порядка  $\lambda$ , что приводит к появлению некоторых характерных особенностей [4]. В частности сильно изменяются условия оптимального преобразования и угловое распределение выходной мощности ИРЧ.

В этой связи в настоящей работе исследованы эффективность преобразования и угловое распределение интенсивности ИРЧ при  $g \lesssim \lambda$  в зависимости от угла между направлениями распространения возбуждающих пучков.

В работе приводятся также результаты исследований влияния длительности возбуждающих импульсов на временные характеристики ИРЧ.

Волновое уравнение для частотно-угловых спектральных компонент поля ИРЧ запишем в виде

$$\frac{d^2 E(\alpha, \beta, z, \Omega)}{dz^2} + g^2 E(\alpha, \beta, z, \Omega) = -\gamma F(\alpha, \beta, z) \cdot R(\Omega), \quad (1)$$

где

$$\gamma = 4\chi_{\omega_0} \left( \frac{\Omega}{c} \right)^2; \quad g = \sqrt{k^2 - \epsilon^2 - \beta^2}; \quad k = \frac{\Omega_0 n_0}{c}; \quad \Omega_0 = \omega_1 - \omega_2;$$

$\chi_{\omega_0}$  — эффективная нелинейная восприимчивость среды;  $n_0$  — коэффициент преломления среды на частоте возбуждающих волн;  $R(\Omega)$  — частотный спектр нелинейной поляризуемости среды, а функция  $F(\alpha, \beta, z)$  определяется сверткой угловых спектров возбуждающих пучков.

$$F(\alpha, \beta, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_1(\vec{x}_1, z) \cdot E_2^*(\vec{x}_2, z) \delta(\vec{x}_1 + \vec{x}_2 - \vec{x}_z) d\vec{x}_1 d\vec{x}_2, \quad (2)$$

где  $d\vec{x}_j = dx_j dy_j$ .

Решение задачи производится в приближении заданного поля и в предположении, что распределение интенсивности по поперечному сечению и временная форма возбуждающих импульсов имеют гауссовый вид. Такое приближение во многих случаях соответствует реальной экспериментальной ситуации.

Для упрощения математических выкладок примем, что эффективные радиусы пучков ( $r$ ) и длительности импульсов ( $\tau$ ) обоих возбуждающих излучений одинаковы.

Выберем координатную систему так, чтобы дуплет возбуждающих волн распространялся в плоскости  $xz$ , а направление распространения одной из волн (с частотой  $\omega_1$ ) совпадало бы с осью  $z$ , т. е.

$$E_1(x, y, z, t) = E_{10} \cdot \exp \left[ -\frac{\left(t - \frac{z}{u}\right)^2}{\tau^2} - \frac{x^2 + y^2}{r^2} \right] \cdot \exp[i(\omega_1 t - k_1 z)],$$

$$E_2(x, y, z, t) = E_{20} \cdot \exp \left[ -\frac{\left(t - \frac{z'}{u}\right)^2}{\tau^2} - \frac{x'^2 + y'^2}{r^2} \right] \cdot \exp[i(\omega_2 t - k_2 z')],$$

где  $x' = x \cos \psi - z \sin \psi$ ;  $y' = y$ ;  $z' = z \cos \psi + x \sin \psi$ .

В этом случае для свертки угловых спектров возбуждающих волн имеем

$$F(\alpha, \beta, z) = E_{10} \cdot E_{20} \cdot D(\alpha, \beta) \cdot \exp(-az^2 - lbz), \quad (3)$$

где

$$D(\alpha, \beta) = \frac{2\pi^2 r^2}{\sqrt{1 + \cos^2 \psi}} \cdot \exp \left[ -\frac{r^2 \beta^2}{8} - \frac{r^2 (\alpha - k_2 \sin \psi)^2}{4(1 + \cos^2 \psi)} \right], \quad (4)$$

$$a = \frac{\sin^2 \psi}{r^2 (1 + \cos^2 \psi)}; \quad b = k_2 \cos \psi - k_1 + \frac{\sin \psi \cos \psi (k_2 \sin \psi - \alpha)}{1 + \cos^2 \psi},$$

$\psi$  — угол между направлением распространения волны на частоте  $\omega_2$  и осью  $z$ .

Для частотного спектра  $R(\Omega)$  получим

$$R(\Omega) = 2\pi \tau \exp \left[ -\frac{\tau^2 (\Omega_0 - \Omega)^2}{8} \right]. \quad (5)$$

2. Угловое распределение интенсивности ИРЧ. Уравнение (1) при произвольном угле  $\psi$  аналитически не решается [5]. Однако во многих

случаях множитель  $e^{-az^2}$  в формуле (3) можно заменить единицей. Это следует из следующих соображений: естественно ожидать, что наиболее интенсивное ИРЧ будет происходить при углах  $\psi$ , близких к значениям угла векторного синхронизма  $\psi_s$ . Для большинства нелинейных кристаллов максимальное значение  $\psi_s$  при возбуждении ИРЧ в миллиметровой области длин волн не превышает несколько градусов. Так, напр., для кристалла  $\text{LiNbO}_3$  при генерации ИРЧ с длиной волны в области  $1 \div 5$  мм (длина волны возбуждающих волн  $\sim 1$  мкм) этот угол лежит в пределах от  $0,15$  до  $0,05^\circ$ .

При малых углах  $\psi$  (в пределах  $0 \div \psi_s$ ) и реальных значениях длин кристаллов  $z$  имеет место соотношение  $a \ll \frac{1}{z^2}$  и, следовательно, как

отметили выше, экспоненту  $e^{-az^2}$  можно заменить единицей. Действительно, при радиусах возбуждающих пучков  $r = 2$  мм и длине кристалла  $z = 20$  мм даже при относительно большом угле ( $\psi \sim 1^\circ$ )  $e^{-az^2}$  отличается от единицы не более чем на  $1,5\%$ .

При таком приближении, решая уравнение (1) для углового спектра мощности ИРЧ, получаем

$$P(\alpha, \beta, z) = A \frac{z^2}{(g+b)^2} \cdot \frac{\text{sinc}^2 \left[ (b-g) \frac{z}{2} \right]}{1 + \cos \psi} \cdot \exp \left[ -\frac{r^2 \beta^2}{4} - \frac{r^2 (\alpha - k_2 \sin \psi)^2}{2(1 + \cos^2 \psi)} \right], \quad (6)$$

где  $A$  — константа, определяемая нелинейной восприимчивостью кристалла и интенсивностями возбуждающих пучков,  $\text{sinc} \gamma = \frac{\sin \eta}{\eta}$ .

В формуле (6) множитель  $\text{sinc}^2 \left[ (b-g) \frac{z}{2} \right]$  определяет синхронизм взаимодействия угловых компонент спектра возбуждающих волн, а экспонента обусловлена угловым спектром волны нелинейной поляризации.

Легко заметить, что при  $\frac{r}{\lambda} \ll 1$  угловой спектр ИРЧ практически не зависит от  $\psi$ .

В этом случае максимум ИРЧ имеет место при  $b = g$ , т. е. в направлении, составляющем с осью  $z$  угол  $\theta_0$  [3], где

$$\theta_0 = \arccos \frac{g}{k}$$

При  $r \sim \lambda$  существенное воздействие на угловое распределение ИРЧ оказывает спектр нелинейной поляризации, а максимум ИРЧ получается при  $\alpha = k_2 \sin \psi$ , т. е.  $\psi = \arcsin \frac{\alpha}{k_2}$ .

На рис. 1 приведены зависимости углового распределения ИРЧ от угла между направлениями возбуждающих пучков для различных значений  $\frac{r}{\lambda}$ .

Приведенные кривые получены по формуле (6) для случая генера-

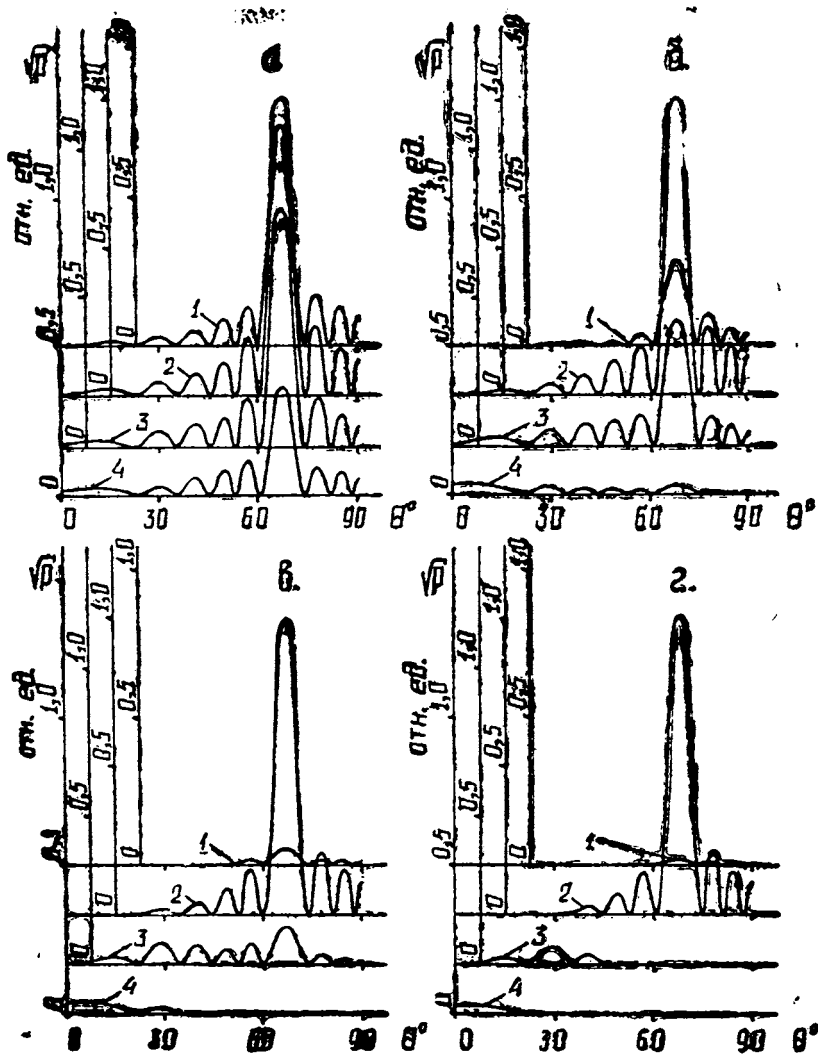


Рис. 1. Угловое распределение ИРЧ при: 1.  $\psi = \frac{3}{2}\psi_0$ ; 2.  $\psi = \psi_0$ ; 3.  $\psi = \frac{\psi_0}{2}$ ; 4.  $\psi = 0$ .

а)  $\frac{r}{\lambda} = 0,1$ ; б)  $\frac{r}{\lambda} = 0,2$ ; в)  $\frac{r}{\lambda} = 0,3$ ; г)  $\frac{r}{\lambda} = 0,4$ . Начало координат смещено только по оси ординат.

ции ИРЧ 5 мм диапазона в кристалле  $\text{LiNbO}_3$  ( $n_\omega \approx 2,2$ ;  $n_\Omega \approx 5,1$ ) длиной  $z = 10$  мм.

Из вышеизложенного следует, что когда  $r \lesssim \lambda$ , мощность ИРЧ и его угловое распределение сильно зависят от угла между возбуждающими лучками, причем угол оптимального преобразования  $\psi_0$  несколько отличается от угла векторного синхронизма. Кроме того, следует также, что при соответствующем выборе угла ( $\psi = \psi_0$ ) можно увеличить эффективность преобразования относительно случая коллинеарного взаимодействия на несколько порядков. При  $\psi = \psi_0$  ИРЧ концентрировано вблизи угла  $\theta_0 \approx 65^\circ$ , а раскрыв диаграммы направленности составляет  $\sim 7,5^\circ$  и  $\sim 9,2^\circ$  соответственно в плоскостях  $xz$  и  $yz$ .

Расхождение между результатами численных расчетов углового распределения мощности ИРЧ по формуле (6) с учетом влияния волно-

вода, где помещен нелинейный кристалл, и экспериментальными результатами, полученными в работе [6], не превышает 50%. Такое расхождение, по-видимому, обусловлено недостаточной согласованностью волноводного тракта, отличием формы лазерных пучков от гауссовых и их расходимостью.

Отметим, что остронаправленность ИРЧ позволяет вывести мощность из нелинейного кристалла с минимальными потерями на внутреннее отражение при соответствующем срезе выходного торца кристалла.

**3. Особенности возбуждения ИРЧ импульсами ультракороткой длительности.** Решая волновое уравнение (1), можно найти частотный спектр поля ИРЧ—А ( $\Omega$ ) и восстановить его временную форму.

Следует отметить, что в общем случае на частотный спектр ИРЧ могут сильно влиять не только формы и длительности возбуждающих импульсов, но и неколлинеарность их распространения. Однако если учесть, что в реальных экспериментах оптимальный угол между направлениями распространения пучков не велик (градусы или доли градуса), то этим влиянием можно пренебречь. В этом случае для спектра выходного излучения получим

$$A(\Omega) \sim \Omega R(\Omega).$$

По известной теореме дифференцирования оригинала можно утверждать, что временная форма поля выходного излучения пропорциональна производному оригинала  $R(\Omega)$ . Следовательно, для временной зависимости мощности получим

$$P(t) \sim \left( \frac{16t^2}{\tau^4} + \Omega_0^2 \right) \exp\left( -\frac{4t^2}{\tau^2} \right). \quad (7)$$

На рис. 2 приведены временные формы возбуждающих и выходного импульсов.

Из выражения для мощности (7) следует, что когда эффективная ширина спектра возбуждающих импульсов очень мала по сравнению с разностью несущих частот возбуждающих волн  $\left( \frac{1}{\tau} \ll \omega_1 - \omega_2 = \Omega_0 \right)$ , то

$$P(t) \sim \Omega_0^2 \exp\left[ -\frac{4t^2}{\tau^2} \right],$$

т. е. взаимодействие происходит так, как при монохроматических возбуждающих волнах. Импульс ИРЧ повторяет временную форму возбуждающих импульсов, однако длительность выходного импульса в  $\sqrt{2}$  раза короче возбуждающих.

Если  $\Omega_0 = 0$  (т. е.  $\omega_1 = \omega_2$  — оптическое выпрямление), то имеем

$$P(t) \sim 16 \frac{t^2}{\tau^4} \exp\left[ -\frac{4t^2}{\tau^2} \right].$$

В этом случае импульс ИРЧ сильно искажается (рис. 2).

Исходя из (7), нетрудно найти выражение для пикового значения выходной мощности:

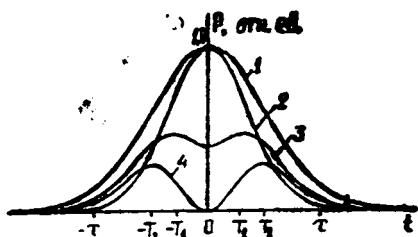


Рис. 2. Временные формы возбуждающего и выходного импульсов:

1. возбуждающий импульс; 2. импульс ИРЧ при  $\Omega_0 > \frac{2}{\tau}$ ; 3. импульс

ИРЧ при  $\Omega_0 < \frac{2}{\tau}$  ( $T_1 =$

$$= \frac{\tau}{4} \sqrt{4 - \Omega_0^2 \tau^2});$$

4. импульс ИРЧ при  $\Omega_0 = 0$ ,

$$\left( T_2 = \frac{\tau}{2} \right).$$

$$P_{\text{пук}} \sim \begin{cases} \frac{\Omega_0^2}{\xi^2} \exp[\xi^2 - 1], & \text{если } \xi < 1, \\ \Omega_0^2, & \text{если } \xi > 1, \end{cases}$$

$$\text{где } \xi = \frac{\Omega_0 \tau}{2}.$$

Отсюда видно, что при больших длительностях возбуждающих импульсов ( $\tau \gg \frac{2}{\Omega_0}$ ) выходная пиковая мощность не зависит от длительности возбуждающих импульсов и прямо пропорциональна только  $\Omega_0^2$ , а при  $\tau < \frac{2}{\Omega_0}$  с уменьшением  $\tau$  пиковая мощность возрастает.

Для оптического выпрямления  $P_{\text{пик}} \sim \tau^{-2}$ , т. е. эффективность преобразования увеличивается с уменьшением  $\tau$ .

Численные оценки показывают, что для получения больших пиковых мощностей ИРЧ использование дуплета волн с разными несущими частотами намного эффективнее, чем преобразование частотных компонент одного возбуждающего импульса.

Так, напр., при генерации ИРЧ с длиной волны  $\lambda_0 = 5$  мм дуплетом волн с длительностью импульсов 50 псек получается выигрыш в пиковой мощности примерно в 300 раз, а для  $\lambda_0 = 0,5$  мм — в  $4 \cdot 10^4$  раза. При длительности возбуждающих импульсов  $\tau = 5$  псек выигрыш составляет 3 и 400 раз соответственно.

**4. Заключение.** Настоящее исследование показывает, что при соответствующем выборе параметров возбуждающих пучков ( $\lambda$ ,  $\tau$ ), угла  $\psi$  между ними, а также размеров и формы нелинейного кристалла можно получить остронаправленное и широкополосное СВЧ-излучение с регулируемой диаграммой направленности и длительностью импульса.

При оптимальном выборе этих параметров можно увеличить эффективность преобразования на несколько порядков по сравнению с коллинеарным преобразованием.

Отметим, что результаты работы могут найти практические применения при гетеродинном преобразовании оптических сигналов, в локации, для исследования параметров нелинейных сред и т. д.

Авторы признательны Ю. О. Аветисяну за интерес к работе и обсуждение.

Кафедра радиофизики СВЧ

Поступила 10.06.1987

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М.: Мир, 1966.
2. Цернике Ф., Мидвинтер Дж. Прикладная нелинейная оптика. М.: Мир, 1976.
3. Абдулин У. А. и др. Возбуждение разностных частот в нелинейной оптике нулевого черенковского излучения.—ЖЭТФ, 1974, т. 66, вып. 4, с. 1295.
4. Багдасарян Д. А., Макарян А. О., Погосян П. С. Черенковское излучение от распространяющейся нелинейной поляризации среды.—Письма в ЖЭТФ, 1983, т. 37, вып. 10, с. 498.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971.
6. Макарян А. О., Мовсисян К. М., Погосян П. С. Исследование эффективности генерации лазерного излучения разностной частоты в волноводе.—ЖПС, 1984, т. 41, вып. 6, с. 908.

## Ա մ փ ո փ ու մ

Հետազոտված են ոչ գծային բևեռացման ալիքի կողմից գրգռվող տարրերային հաճախության ճառագայթման տարածական և ժամանակային բնութագրերը այն դեպքում, երբ ոչ գծային բևեռացման ալիքի դբաղեցրած տիրույթի ընդլայնական շափերը տարբերային հաճախության ճառագայթման ալիքի երկարության կարգի են, իսկ գրգռող ալիքի հաճախային սպեկտրի լայնությունը՝ տարբերային հաճախության կարգի:

ԳՉԲ տիրույթի տարբերային հաճախության խիստ ուղղորդված և լայնաշերտ ճառագայթում ստանալու համար որոշված են օպտիմալ փոխակերպման պայմանները:

## SUMMARY

Time and space characteristics of radiation difference frequencies, excited by nonlinear polarization waves are considered, when the cross-dimensions of the area, blocked with the waves of nonlinear polarization are of the order of the wavelength of the difference radiation and the width of the frequency spectrum of the exciting radiation is of the order of the difference frequency.

The optimum transformation conditions have been found, at which sharply-directed and wide-range radiations of difference frequency in the SHF range are obtained.