ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԳԻՏԱԿԱՆ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ЕРЕВАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Բնական գիտություններ 3, 1979 Естественные науки

Физика

К. М. ШАХАБАСЯН

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ГРИНА ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СВЕРХТЕКУЧЕЙ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ ПРИ АБСОЛЮТНОМ НУЛЕ ТЕМПЕРАТУР

Рассмотрена находящаяся в магнитном поле двухкомпонентная ферми-жидкость нейтронов и протонов при абсолютном нуле температур. Получены уравнения для функций Грина и «аномальных» средних с учетом сильного взаимодействия между компонентами жидкости.

1. Введение

Как известно, основная часть вещества нейтронной звезды сосредоточена в «пре»-фазе [1]. «пре»-фаза — это ядерная жидкость, состоящая из нейтронов, протонов и электронов. Численная плотность протонов и электронов на два порядка меньше численной плотности нейтронов [1]. Протоны и нейтроны в «пре»-фазе участвуют в сильном взаимодействии. Так как сильное взаимодействие имеет характер притяжения, то оно приводит к спариванию нейтронов и протонов в куперовские пары. Явление сверхтекучести нейтронов в нейтронных звездах рассматривалось в работах [2, 3]. В [4—6] рассматривалась также сверхпроводимость протонов. Имеющиеся оценки [3, 6] температур перехода нейтронов в сверхтекучее состояние и протонов в сверхпроводящее состояние показывают, что критическая температура для нейтронов может на порядок превышать критическую температуру для протонов. По этим оценкам температура перехода протонов в сверхпроводящее состояние $10^8 \div 10^9$ °К 6. Внутренняя температура нейтронных звезд порядка $10^7 \div 10^8$ °К [6], однако по некоторым данным [6] она может быть порядка $10^3 \div 10^4$ °К. При таких температурах в «пре»-фазе нейтронной звезды имеется двукомпонентная (нейтронно-протонная) сверхтекучая ферми-жидкость. До сих пор компоненты этой жидкости: сверхтекучие нейтроны и сверхпроводящие протоны рассматривались как невзаимодействующие.

Мы получим уравнения для функций Грина и «аномальных» средних, описывающие основные свойства этой ферми-жидкости, с учетом взаимодействия между компонентами. Поскольку температура внутри нейтронной звезды может быть очень далека от критической, мы будем применять технику гриновских функций для случая абсолютного нуля температур, введенную в работе [7].

2. Модельный гамильтониан взаимодействующей нейтронно-протонной системы

Рассмотрим раствор двух ферми-жидкостей, компоненты которого (нейтроны и протоны) находятся соответственно в сверхтекучем и сверхпроводящем состояниях. В рассматриваемой модели полный гамильтониан раствора в записи вторичного квантования имеет следующий вид:

$$\hat{H}=\int\Big\{-\psi_\alpha^+(\mathbf{r})\frac{\nabla^2}{2m_p}\psi_\alpha(\mathbf{r})+\frac{1}{2}g_1\psi_\beta^+(\mathbf{r})\psi_\alpha^+(\mathbf{r})\psi_\alpha(\mathbf{r})\psi_\beta(\mathbf{r})-\varphi_\alpha^+(\mathbf{r})\frac{\nabla^2}{2m_n}\varphi_\alpha(\mathbf{r})+$$

$$+\frac{1}{2}g_2\varphi_\beta^+(\mathbf{r})\varphi_\alpha^+(\mathbf{r})\varphi_\alpha(\mathbf{r})\varphi_\alpha(\mathbf{r})+g_3\psi_\alpha^+\mathbf{r}\psi_\beta^+(\mathbf{r})\varphi_\beta(\mathbf{r})\psi_\alpha(\mathbf{r})\Big\}d\mathbf{r}, \quad (1)$$

где $\varphi_\alpha(\mathbf{r})$ и $\psi_\alpha(\mathbf{r})$ — операторы нейтронов и протонов в шредингеровском представлении, удовлетворяющие обычным коммутационным соотношениям

$$\{\varphi_\alpha(\mathbf{r}),\ \varphi_\beta^+(\mathbf{r}')\}=\delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'),\quad \{\psi_\alpha(\mathbf{r}),\ \psi_\beta^+(\mathbf{r}')\}=\delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'),$$

$$\{\varphi_\alpha(\mathbf{r}),\ \varphi_\beta(\mathbf{r}')\}=0,\quad \{\psi_\alpha(\mathbf{r}),\ \psi_\beta(\mathbf{r}')\}=0, \quad (2)$$

$$\{\varphi_\alpha^+(\mathbf{r}),\ \varphi_\beta^+(\mathbf{r}')\}=0,\quad \{\psi_\alpha^+(\mathbf{r}),\ \psi_\beta^+(\mathbf{r}')\}=0.$$

Второй и четвертый члены в гамильтониане описывают взаимодействия, приводящие к образованию протонно-протонных и нейтронно-нейтронных пар, пятый член — взаимодействие протонов с нейтронами. Нейтронно-протонные парные корреляции мы не рассматриваем, так как разность химических потенциалов нейтронов и протонов в нашем растворе достаточно велика [8]. Постоянные взаимодействия g_1, g_2, g_3 — отрицательны. При этом подразумевается, что во втором, четвертом и пятом членах гамильтониана (1) значения аргументов операторов $\psi(\mathbf{r})$ и $\varphi(\mathbf{r})$ на самом деле несколько различаются [9].

Введем гейзенберговские операторы частиц, зависящие от времени t [9]:

$$\tilde{\psi}(x)=e^{i\hat{H}t}\psi(\mathbf{r})e^{-i\hat{H}t},\quad \tilde{\psi}^+(x)=e^{i\hat{H}t}\psi^+(\mathbf{r})e^{-i\hat{H}t},$$

$$\tilde{\varphi}(x)=e^{i\hat{H}t}\varphi(\mathbf{r})e^{-i\hat{H}t},\quad \tilde{\varphi}^+(x)=e^{i\hat{H}t}\varphi^+(\mathbf{r})e^{-i\hat{H}t}, \quad (3)$$

где x — четырехмерная координата, компоненты которой есть $\mathbf{r}$ и t. Операторы в гейзенберговском представлении подчиняются следующим операторным уравнениям:

$$\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial t}=i[\hat{H},\ \tilde{\psi}],\quad \frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial t}=i[\hat{H},\ \tilde{\varphi}]. \quad (4)$$

Далее мы будем рассматривать состояния системы не при заданных числах частиц N_p и N_n в ней, а при заданных химических потенциалах μ_p и μ_n. При этом основное состояние системы, в котором она находится при T=0, можно определить как состояние с наименьшим собственным значением оператора $\hat{H}-\mu_p\hat{N}_p-\mu_n\hat{N}_n$ (а не $\hat{H}$, как при заданных N_p и N_n). Поэтому уравнения (4) запишутся в виде

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\nabla^2}{2m_p}+\mu_p\right)\psi_\sigma(x)-g_1\psi_\alpha^+(x)\psi_\alpha(x)\psi_\sigma(x)-g_3\varphi_\beta^+(x)\varphi_\beta(x)\psi_\sigma(x)=0,$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\nabla^2}{2m_p}-\mu_p\right)\psi_\sigma^+(x)+g_1\psi_\sigma^+(x)\psi_\alpha^+(x)\psi_\alpha(x)+g_3\psi_\sigma^+(x)\varphi_\beta^+(x)\varphi_\beta(x)=0,$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\nabla^2}{2m_n}+\mu_n\right)\varphi_\sigma(x)-g_2\varphi_\alpha^+(x)\varphi_\alpha(x)\varphi_\sigma(x)-g_3\psi_\alpha^+(x)\psi_\alpha(x)\varphi_\sigma(x)=0, \tag{5}$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\nabla^2}{2m_n}-\mu_n\right)\varphi_\sigma^+(x)+g_2\varphi_\sigma^+(x)\varphi_\alpha^+(x)\varphi_\alpha(x)+g_3\varphi_\sigma^+(x)\psi_\alpha^+(x)\psi_\alpha(x)=0.$$

Последние члены в уравнениях (5) описывают взаимодействие нейтронов с протонами. При получении уравнений (5) в формуле (3) нужно повсюду заменить оператор $\hat{H}$ на $\hat{H}-\mu_p\hat{N}_p-\mu_n\hat{N}_n$.

3. Основная система уравнений

Для получения основной системы уравнений определим гриновские функции и «аномальные» средние нейтронно-протонной системы при $T=0$ следующим образом [9]:

$$G_{\alpha\beta}(x,x')=-i\langle N_n,\ N_p|T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta^+(x'))|N_n,\ N_p\rangle,$$

$$F_{\alpha\beta}(x,\ x')=e^{2i\mu_p t}\langle N_n,\ N_p|T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x'))|N_n,\ N_p+2\rangle,$$

$$F^+_{\alpha\beta}(x,\ x')=e^{-2i\mu_p t}\langle N_n,\ N_p+2|T(\psi_\alpha^+(x)\psi_\beta^+(x'))|N_n,\ N_p\rangle, \tag{6}$$

$$G_{\beta\alpha}(x',\ x)=-i\langle N_n,\ N_p|T(\psi_\beta(x')\psi_\alpha^+(x))|N_n,\ N_p\rangle,$$

где символ T есть знак хронологического произведения, $N_n,\ N_p\rangle$ — основное состояние системы с числом частиц N_n+N_p; $N_n,\ N_p+2\rangle$ — основное состояние системы с числом частиц N_n+N_p+2, выражение $\langle N_n, N_p|\ldots|N_n,\ N_p\rangle$ означает усреднение по основному состоянию системы с числом частиц N_n+N_p. Пренебрежение нейтронно-протонными парными корреляциями означает, что $N_n,\ N_p\rangle=N_n\rangle\cdot N_p\rangle$. Аналогично определяются гриновские функции и «аномальные» средние нейтронов заменой $\psi(x)\to\varphi(x)$, $\psi^+(x)\to\varphi^+(x)$, $N_p\to N_n$, $N_n\to N_p$ в формулах (6). Используя уравнения (5) и определения (6), получим следующую систему уравнений для функций Грина и «аномальных» средних протонов при абсолютном нуле температур:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\nabla^2}{2m_p}+\mu_p\right)G_{\alpha\beta}(x,x')+ig_1\langle N_n,N_p|T(\psi_\sigma^+(x)\psi_\sigma(x)\psi_\alpha(x)\psi_\beta^+(x')|N_n,N_p\rangle+$$

$$+ig_3\langle N_n, N_p|T(\tilde{\varphi}_\sigma^+(x)\tilde{\varphi}_\sigma(x)\tilde{\psi}_\alpha(x)\tilde{\psi}_\beta^+(x'))|N_n, N_p\rangle = \delta_{\alpha\beta}\delta(x-x'),$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\nabla^2}{2m_p}-\mu_p\right)F_{\alpha\beta}^+(x, x')+g_1e^{-2i\mu_pt}\langle N_n, N_p+$$

$$+2|T(\tilde{\psi}_\alpha^+(x)\tilde{\psi}_\sigma^+(x)\tilde{\psi}_\sigma(x)\tilde{\psi}_\beta^+(x'))|N_n, N_p\rangle+$$

$$+g_3e^{-2i\mu_pt}\langle N_n, N_p+2|T(\tilde{\psi}_\alpha^+(x)\tilde{\varphi}_\sigma^+(x)\tilde{\varphi}_\sigma(x)\tilde{\psi}_\beta^+(x')|N_n, N_p\rangle=0,$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\nabla^2}{2m_p}+\mu_p\right)F_{\alpha\beta}(x, x')-$$

$$-g_1e^{2i\mu_pt}\langle N_n, N_p|T(\tilde{\psi}_\sigma^+(x)\tilde{\psi}_\sigma(x)\tilde{\psi}_\alpha(x)\tilde{\psi}_\beta(x'))|N_n,N_p+2\rangle-$$

$$-g_3e^{2i\mu_pt}\langle N_n, N_p|T(\tilde{\varphi}_\sigma^+(x)\tilde{\varphi}_\sigma(x)\tilde{\psi}_\alpha(x)\tilde{\psi}_\beta(x'))|N_n, N_p+2\rangle=0, \tag{7}$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\nabla^2}{2m_p}-\mu_p\right)G_{\beta\alpha}(x', x)-$$

$$-ig_1\langle N_n, N_p|T(\tilde{\psi}_\beta(x')\tilde{\psi}_\alpha^+(x)\tilde{\psi}_\sigma^+(x)\tilde{\psi}_\sigma(x))|N_n, N_p\rangle-$$

$$-ig_3\langle N_n, N_p|T(\tilde{\psi}_\beta(x')\tilde{\psi}_\alpha^+(x)\tilde{\varphi}_\sigma^+(x)\tilde{\varphi}_\sigma(x))|N_n, N_p\rangle=-\delta_{\alpha\beta}\delta(x-x').$$

Аналогичные уравнения можно написать для функций Грина и «аномальных» средних нейтронов заменой $\tilde{\psi}(x)\to\tilde{\varphi}(x)$, $\tilde{\psi}^+(x)\to\tilde{\varphi}^+(x)$, $\tilde{\varphi}(x)\to\tilde{\psi}(x)$, $\tilde{\varphi}^+(x)\to\tilde{\psi}^+(x)$, $G_{\alpha\beta}(x, x')\to D_{\alpha\beta}(x, x')$, $F_{\alpha\beta}(x, x')\to F_{1\alpha\beta}(x, x')$, $F_{\alpha\beta}^+(x, x')\to F_{1\alpha\beta}^+(x, x')$, $g_1\to g_2$, $\mu_p\to\mu_n$, $m_p\to m_n$, $N_n\to N_p$, $N_p\to N_n$.

Если частицы, образующие систему не свободны, то нужно перейти к представлению взаимодействия [9]. Введем операторы частиц в этом представлении:

$$\psi_\alpha(x)=e^{i(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p)t}\psi_\alpha(\mathbf{r})e^{-i(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p)t},$$

$$\psi_\alpha^+(x)=e^{i(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p)t}\psi_\alpha^+(\mathbf{r})e^{-i(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p)t}, \tag{8}$$

$$\varphi_\alpha(x)=e^{i(\hat{H}_0-\mu_n\hat{N}_n)t}\varphi_\alpha(\mathbf{r})e^{-i(\hat{H}_0-\mu_n\hat{N}_n)t},$$

$$\varphi_\alpha^+(x)=e^{i(\hat{H}_0-\mu_n\hat{N}_n)t}\varphi_\alpha^+(\mathbf{r})e^{-i(\hat{H}_0-\mu_n\hat{N}_n)t},$$

где

$$\hat{H}_0=-\int\left\{\psi_\alpha^+(\mathbf{r})\frac{\nabla^2}{2m_p}\psi_\alpha(\mathbf{r})+\varphi_\alpha^+(\mathbf{r})\frac{\nabla^2}{2m_n}\varphi_\alpha(\mathbf{r})\right\}d\mathbf{r}. \tag{9}$$

Соответствующие функции Грина и «аномальные» средние будут иметь следующий вид [9]:

$$G_{\alpha\beta}(x,x') = -i\frac{\langle N_n, N_p|T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta^+(x')S(\infty))|N_n, N_p\rangle}{\langle N_n, N_p|S(\infty)|N_n, N_p\rangle} \equiv$$

$$\equiv -i\frac{\langle T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta^+(x')S(\infty))\rangle}{\langle S(\infty)\rangle},$$

$$F_{\alpha\beta}^+(x,x') = e^{-2i\mu_p t}\frac{\langle T(\psi_\alpha^+(x)\,\psi_\beta^+(x')S(\infty))\rangle}{\langle S(\infty)\rangle},$$

$$F_{\alpha\beta}(x,\ x') = e^{2i\mu_p t}\frac{\langle T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x')S(\infty))\rangle}{\langle S(\infty)\rangle}, \tag{10}$$

$$G_{\beta\alpha}(x',\ x) = -\frac{\langle T(\psi_\beta(x')\psi_\alpha^+(x)S(\infty))\rangle}{\langle S(\infty)\rangle},$$

где

$$S(\infty) = T\exp\left\{-i\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{H}_{int}(t)dt\right\},$$

$$\hat{H}_{int}(t) = e^{i(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p-\mu_n\hat{N}_n)t}\,\hat{H}_{int}\,e^{-i(\hat{H}_0-\mu_p\hat{N}_p-\mu_n\hat{N}_n)t},$$

$$\hat{H}_{int} = \int\left\{\frac{g_1}{2}\psi_\beta^+(r)\psi_\alpha^+(r)\psi_\alpha(r)\psi_\beta(r) + \frac{g_2}{2}\varphi_\beta^+(r)\varphi_\alpha^+(r)\varphi_\alpha(r)\varphi_\beta(r) + \right.$$

$$\left. + g_3\psi_\alpha^+(r)\varphi_\beta^+(r)\varphi_\beta(r)\psi_\alpha(r)\right\}dr. \tag{11}$$

Функции Грина и «аномальные» средние нейтронов получаем заменой $\psi(x)\to\varphi(x)$, $\psi^+(x)\to\varphi^+(x)$, $N_n\to N_p$, $N_p\to N_n$. Формулы (10) позволяют представить ряд теорий возмущений для функций Грина и «аномальных» средних по $\hat{H}_{int}(t)$ в простой форме. Разлагая экспоненту в правой части (11) в ряд по степеням $\hat{H}_{int}(t)$ и подставляя это разложение в формулу (10), получим [9]

$$G_{\alpha\beta}(x,\ x') = -\frac{1}{\langle S(\infty)\rangle}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n!}\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}dt_1\ldots dt_n\langle T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta^+(x')H_{int}(t_1)\ldots$$

$$\ldots H_{int}(t_n))\rangle. \tag{12}$$

Расписывая каждый член ряда (12) по теореме Вика и заменяя $-i\langle T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta^+(x'))\rangle$ на свободную гриновскую функцию $G_{\alpha\beta}^0(x,\ x')$, $e^{2i\mu_p t}\langle T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x'))\rangle$ на $F_{\alpha\beta}^0(x,\ x')$ и так далее, мы получаем выражения, позволяющие применять технику диаграмм Фейнмана.

Функции Грина и «аномальные» средние можно представить в виде произведения сумм связанных и несвязанных диаграмм. Так как сумма всех несвязанных диаграмм равна $\langle S(\infty)\rangle$ [9], то функции Грина и «аномальные» средние приводятся к следующему виду:

$$
\begin{aligned}
G_{\alpha\beta}(x, x') &= -i\langle T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta^+(x')S(\infty))\rangle_c,\\
F_{\alpha\beta}(x, x') &= e^{2i\mu_p t}\langle T(\psi_\alpha(x)\psi_\beta(x')S(\infty))\rangle_c,\\
F_{\alpha\beta}^+(x, x') &= e^{-2i\mu_p t}\langle T(\psi_\alpha^+(x)\psi_\beta^+(x')S(\infty))\rangle_c,\\
G_{\beta\alpha}(x', x) &= -i\langle T(\psi_\beta(x')\psi_\alpha^+(x)S(\infty))\rangle_c,
\end{aligned}
\tag{13}
$$

где $\langle\ldots\rangle_c$ означает учет всех связанных диаграмм.

Переходя к представлению взаимодействия в уравнениях (7), разлагая двухчастичные функции Грина в ряд по степеням $\hat{H}_{int}(t)$, суммируя все связанные диаграммы, за исключением диаграмм, пропорциональных g_1^3, g_2^3, g_3^3 и выше, получим систему уравнений для функций $G(x, x')$, $F^+(x, x')$ и $F(x, x')$:

$$
\begin{aligned}
&\left\{i\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{2m_p}[\nabla-ieA(r)]^2+\mu_p\right\}G(xx')-ig_1F(xx)F^+(xx')-\\
&-g_1^2\int d^4x_1[G^2(xx_1)G(x, x)G(x_1x')+F^2(x_1x)F^+(x_1x)F^+(x_1x')]-\\
&-2g_3^2\int d^4x_1[G(xx_1)G(x_1x')+F(xx_1)F^+(x'x_1)][F_1^+(xx_1)F_1(xx_1)+\\
&\qquad+D(xx_1)D(x_1x)]=\delta(x-x'),\\
&\left\{i\frac{\partial}{\partial t}-\frac{1}{2m_p}[\nabla+ieA(r)]^2-\mu_p\right\}F^+(xx')+ig_1F^+(xx)G(xx')+\\
&+g_1^2\int d^4x_1G(x_1x')F^+(xx_1)[F^+(xx_1)F(xx_1)-G(x_1x)G(xx_1)]+\\
&+2g_3^2\int d^4x_1[F^+(xx_1)G(x_1x')+F^+(x_1x')G(x_1x)][D(x_1x)D(xx_1)+\\
&\qquad+F_1(x_1x)F_1^+(xx_1)]=0,\\
&\left\{i\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{2m_p}[\nabla-ieA(r)]^2+\mu_p\right\}F(xx')-ig_1F(xx)G(x'x)+\\
&+g_1^2\int d^4x_1G(xx_1)F(xx_1)[2G(x'x_1)G(x_1x)-F(x_1x')F^+(xx_1)]-\\
&-2g_3^2\int d^4x_1[G(xx_1)F(x'x_1)+G(x'x_1)F(xx_1)][D(xx_1)D(x_1x)+\\
&\qquad+F_1(xx_1)F_1^+(xx_1)]=0,
\end{aligned}
\tag{14}
$$

где

$$\tilde{\mu}_p=\mu_p+ig_1G(xx)+2ig_3D(xx)=\mu_p-\frac{1}{2}g_1n_p-g_3n_n.$$

В уравнения (14) введено внешнее магнитное поле обычным образом заменой всех производных [9]:

$$\nabla\to\nabla-ieA,\qquad \nabla\to\nabla+ieA \tag{15}$$

соответственно тому, относится ли это дифференцирование к оператору $\tilde{\psi}$ или $\tilde{\psi}^+$. Кроме того, при выводе уравнений (14) произведено суммирование по спиновым индексам, при котором учитывалась следующая спиновая зависимость функций Грина и «аномальных» средних [9]:

$$\begin{aligned} &G_{\alpha\beta}(xx')=\delta_{\alpha\beta}G(xx'), && G_{\beta\alpha}(xx')=\delta_{\alpha\beta}G(x'x),\\ &F^+_{\alpha\beta}(xx')=I_{\alpha\beta}F^+(xx'), && F_{\alpha\beta}(xx')=-I_{\alpha\beta}F(xx'),\end{aligned} \tag{16}$$

где матрица $I_{\alpha\beta}$ антисимметрична по своим индексам, причем $(I^2)_{\alpha\beta}=-\delta_{\alpha\beta}$. В уравнениях (14) полная вершинная часть $\Gamma_{\gamma_1\gamma_2,\gamma_3\gamma_4}(x_1x_2;x_3x_4)$ **заменена на**

$$\begin{aligned}\Gamma^0_{\gamma_1\gamma_2,\gamma_3\gamma_4}(x_1,x_2;x_3x_4)=g_1(\delta_{\gamma_1\gamma_3}\delta_{\gamma_2\gamma_4}-\delta_{\gamma_1\gamma_4}\delta_{\gamma_2\gamma_3})\delta(x_1-x_2)\times\\ \delta(x_1-x_3)\delta(x_1-x_4).\end{aligned} \tag{17}$$

Из уравнений (7) аналогичным образом получаем уравнение для функции $G(x'x)$ с переставленными аргументами:

$$\begin{aligned}&\left\{i\frac{\partial}{\partial t}-\frac{1}{2m_p}[\nabla+ieA(r)]^2-\tilde{\mu}_p\right\}G(x'x)+ig_1F^+(xx)F(xx')+\\ &+g_1^2\int d^4x_1[G(x'x_1)G(xx_1)G^2(x_1x)+F(x_1x')F(xx_1)F^+(xx_1)F^+(xx_1)]+\\ &+2g_3^2\int d^4x_1[G(x'x_1)G(x_1x)+F(x_1x')F^+(xx_1)][D(x_1x)D(xx_1)+\\ &+F_1(xx_1)F_1^+(xx_1)]=-\delta(x-x').\end{aligned} \tag{18}$$

Функция $F(xx)$ является волновой функцией движения конденсата протонных куперовских пар как целого.

При градиентном преобразовании вектор-потенциала

$$A\to A+\frac{\partial\varkappa}{\partial r} \tag{19}$$

функции G, F и F^+ преобразуются следующим образом [9]:

$$G(xx')\to G(xx')e^{ie[\varkappa(r)-\varkappa(r')]},$$

$$F(xx')\to F(xx')e^{ie[\varkappa(r)+\varkappa(r)']},$$

$$F^+(xx') \to F^+(xx')e^{-ie[\varkappa(r)+\varkappa(r')]}, \tag{20}$$

а «щель» $|g_1|F(xx)$ или $|g_1|F^+(xx)$, которая во внешнем поле является, вообще говоря, функцией x, преобразуется по закону

$$F(xx) \to F(xx)e^{2ie\varkappa(r)},$$

$$F^+(xx) \to F^+(xx)e^{-2ie\varkappa(r)}. \tag{21}$$

Уравнения (14) и (18) инвариантны относительно преобразований (19). (20), (21). Градиентная инвариантность этих уравнений делает возможным изучение свойств нейтронно-протонной системы в магнитном поле.

Аналогичные уравнения для нейтронных функций получаются заменой в (14) и (18) $G(xx' \to D(xx')$, $D(xx') \to G(x, x')$, $F(xx') \to F_1(xx')$, $F^+(xx') \to F_1^+(xx')$, $F_1^+(xx') \to F^+(xx')$, $F_1(xx') \to F(xx')$, $\tilde{\mu}_p \to \tilde{\mu}_n$, $g_1 \to g_2$, $m_p \to m_n$, $F(xx) \to F_1(xx)$, $F^+(xx) \to F_1^+(xx)$.

Заряд e нужно положить равным нулю, потому что у нейтронов электрический заряд отсутствует. Здесь $\tilde{\mu}_n = \mu_n - \frac{1}{2}g_2 n_n - g_3 n_p$, где n_n и n_p --полные плотности нейтронов и протонов.

Полученные уравнения позволяют подробно исследовать сверхтекучие и электромагнитные свойства взаимодействующей нейтронно-протонной системы при абсолютном нуле температур, что и будет сделано в дальнейшем.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую признательность за интерес к работе и обсуждение изложенных в ней вопросов Д. М. Седракяну и Г. А. Варданяну. Автор выражает также благодарность участникам семинара кафедры теоретической физики Ереванского государственного университета за обсуждение работы.

Кафедра теоретической физики *Поступила 26.03.1979*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Саакян Г. С.**, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, изд. «Наука», М., 1972.
2. **Мигдал А. Б.**, ЖЭТФ, **37**, 249, 1959.
3. **Гинзбург В. Л., Киржниц Д. А.**, ЖЭТФ, **47**, 2006, 1964.
4. **Гинзбург В. Л.**, УФН, **103**, 393, 1971.
5. **Седракян Д. М., Шахабасян К. М.**, Астрофизика, **8**, 557, 1972.
6. **Брук Ю. М.**, Астрофизика, **9**, 237, 1973.
7. **Горьков Л. П.**, ЖЭТФ, **34**, 735, 1958.
8. **Соловьев В. Г.**, Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер, Госатомиздат, М., 1963.
9. **Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е.**, Методы квантовой теории поля в статистической физике, Физматгиз, М., 1962.

Կ. Մ. ՇԱՀԱԲԱՍՅԱՆ

ԵՐԿԿՈՄՊՈՆԵՆՏ ԳԵՐՀՈՍԵԼԻ ՖԵՐՄԻ–ՀԵՂՈՒԿԻ ԳՐԻՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԸ ԲԱՑԱՐՁԱԿ ԶՐՈ ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆՈՒՄ

Ամփոփում

Դիտարկված է մագնիսական դաշտում գտնվող նեյտրոններից և պրոտոններից բաղկացած երկկոմպոնենտ Ֆերմի-Հեղուկը բացարձակ զրո ջերմաստիճանում։ Ստացված են Գրինի ֆունկցիայի և «անոմալ» միջինների համար հավասարումները։